

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель министра образования
Республики Беларусь

_____ В.А. Гугуш

« 05 » апреля * 2016 г.

Регистрационный № ТД-6.561 /тип.

ГЕОМЕТРИЯ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальности

1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям);
направлений специальности:

1-31 03 08-01 Веб-программирование и интернет-технологии

1-31 03 08-02 Математическое и программное обеспечение
мобильных устройств

СОГЛАСОВАНО

Председатель

учебно-методического объединения
по естественнонаучному образова-
нию

_____ А.Л. Густик

« 18 » _____ г.



СОГЛАСОВАНО

Начальник управления высшего об-
разования Министерства образова-
ния Республики Беларусь

_____ С.И. Романюк

« 05 » апреля 2016 г.

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе государственного учреждения
образования «Республиканский ин-
ститут высшей школы»

_____ И.В. Титович

« 15 » марта 2016 г.

Эксперт-нормоконтролер

_____ А.А. Демисевич

« 17 » _____ 02 _____ 2016 г.

Минск 2016

СОСТАВИТЕЛИ:

Сергей Гаврилович Кононов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Владимир Васильевич Суворов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»;

Иван Васильевич Белько – профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 05.05.2015)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 15.05.2015)

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 6 от 19.05.2015)

Ответственный за редакцию: Сергей Гаврилович Кононов

Ответственный за выпуск: Сергей Гаврилович Кононов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Геометрия является одной из основных дисциплин, которые читаются студентам по специальности 1-31 03 08 «Математика и информационные технологии (по направлениям)» в период обучения в университете. Понятия и основные факты геометрии используются при изучении многих математических дисциплин, в первую очередь таких, как «Дифференциальные уравнения», «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

Главными **целями** учебной дисциплины «Геометрия» являются:

- освоение новых по сравнению с элементарной геометрией пространств: многомерных евклидовых и аффинных, и изучение фигур первого и второго порядков в этих пространствах;
- овладение основным методом исследования в геометрии – методом координат;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области аналитической и дифференциальной геометрий для их использования при изучении других математических дисциплин.

Для достижения этих целей решаются следующие **задачи**:

- Определяется понятие геометрического вектора как класса эквивалентных направленных отрезков. Излагается векторная алгебра, используемая в дальнейшем как основной инструмент построения аналитической геометрии;
- Всесторонне изучаются фигуры первого и второго порядков, являющиеся основными объектами исследования в аналитической геометрии;
- Вводятся основные типы геометрических преобразований, и проводится идея рассмотрения различных геометрий как совокупности инвариантов той или иной группы преобразований;
- Вводятся понятия многомерных точечных пространств, обобщающих трехмерное пространство E^3 , изучаются фигуры первого и второго порядков в этих пространствах;
- Изучаются линии и поверхности в трехмерном евклидовом пространстве методами дифференциального и интегрального исчисления.

В начале изучения дисциплины с целью сохранения преемственности со школьной геометрией рассмотрение ограничивается трехмерным евклидовым пространством E^3 . При этом векторы в трехмерном евклидовом пространстве E^3 , прямые на евклидовой плоскости E^2 , плоскости и прямые в пространстве E^3 изучаются всесторонне с точки зрения высшей математики. Далее рассматриваются фигуры второго порядка на плоскости E^2 и в пространстве E^3 , аффинные преобразования и движения плоскости E^2 и пространства E^3 .

Во второй части курса изучается геометрия многомерных пространств: аффинных и евклидовых. Определяются и изучаются фигуры первого и второго порядков в вещественных аффинных и евклидовых пространствах. Заключительный раздел дисциплины посвящен основам дифференциальной геометрии кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве.

Изучение геометрии в течение всего срока обучения проходит во взаимо-

связи с читаемыми параллельно дисциплинами: «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

В соответствии с образовательным стандартом в результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- векторы в E^3 , операции над векторами;
- эллипсы, гиперболы, параболы, эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, их канонические уравнения и свойства;
- понятия n -мерного аффинного и евклидова пространств; аффинные реперы и координаты точек; k -мерные плоскости и фигуры второго порядка; группы геометрических преобразований;
- понятия кривых и поверхностей и способы их задания в трехмерном евклидовом пространстве; основные дифференциально-геометрические характеристики кривых и поверхностей;

уметь:

- выполнять операции над векторами; записывать общие и параметрические уравнения плоскостей в различных пространствах, определять их взаимное расположение; находить расстояния между плоскостями;
- по общему уравнению фигуры второго порядка в E^2 и E^3 определять ее тип, размеры, расположение относительно системы координат; приводить общее уравнение фигуры второго порядка в аффинном пространстве к нормальному виду;
- вычислять длину кривой и площадь поверхности, кривизну и кручение кривой, нормальную кривизну поверхности в заданном направлении, полную кривизну поверхности;

владеть:

- методом координат при решении основных задач аналитической и дифференциальной геометрий,
- методами и вычислительным аппаратом алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, применяемыми в геометрии.

Преподавание учебной дисциплины «Геометрия» должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

- АК-1 . Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- ПК-1. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в

области математики и информационных технологий.

- ПК-3. Использовать и развивать современные достижения информационных технологий, в том числе в области математики.
- ПК-4. Самостоятельно работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, в том числе с доступной в компьютерных сетях.
- ПК-5. Проводить исследования в области решения научно-производственных задач и оценивать эффективность таких решений.
- ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.

Всего на изучение учебной дисциплины «*Геометрия*» отводится 242 часа, из них аудиторных – 140. Примерное распределение аудиторных часов приведено в тематическом плане дисциплины.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

| Названия разделов и тем | Количество часов | |
|---|------------------|------------------------------------|
| | Лекции | Лабораторные, практические занятия |
| Раздел 1. Введение | 1 | |
| 1.1. Роль геометрии в математике и ее приложениях | 1 | |
| Раздел 2. Векторы | 12 | 12 |
| 2.1. Понятие вектора | 1 | |
| 2.2. Сложение векторов. Умножение векторов на числа | 2 | 3 |
| 2.3. Проекции | 1 | 1 |
| 2.4. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы | 2 | 2 |
| 2.5. Скалярное произведение векторов | 2 | 2 |
| 2.6. Векторное произведение векторов | 2 | 2 |
| 2.7. Смешанное произведение векторов | 1 | 1 |
| 2.8. Формулы преобразования координат векторов | 1 | 1 |
| Раздел 3. Прямые и плоскости | 8 | 10 |
| 3.1. Аффинные реперы и координаты точек. Формулы преобразования координат точек | 2 | |
| 3.2. Фигуры и их уравнения | 1 | 2 |
| 3.3. Прямые на плоскости | 3 | 4 |
| 3.4. Плоскости и прямые в пространстве | 2 | 4 |
| Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве | 8 | 8 |
| 4.1. Эллипс, гипербола, парабола | 2 | 2 |
| 4.2. Фигуры второго порядка на плоскости | 2 | 3 |
| 4.3. Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры | 2 | 1 |
| 4.4. Фигуры второго порядка в пространстве | 2 | 2 |
| Раздел 5. Аффинные преобразования и движения | 7 | 6 |
| 5.1. Аффинные преобразования плоскости и пространства | 2 | 1 |
| 5.2. Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием | 2 | 1 |

| | | |
|--|-----------|-----------|
| 5.3. Координатное выражение аффинного преобразования | 1 | 2 |
| 5.4. Движения плоскости и пространства | 2 | 2 |
| Раздел 6. Аффинные пространства | 11 | 10 |
| 6.1. Определение, примеры и простейшие свойства аффинного пространства | 2 | 1 |
| 6.2. Плоскости в аффинном пространстве | 3 | 2 |
| 6.3. Уравнения плоскостей в аффинном пространстве | 2 | 3 |
| 6.4. Аффинные отображения. Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств | 2 | 2 |
| 6.5. Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах | 2 | 2 |
| Раздел 7. Евклидовы пространства | 7 | 6 |
| 7.1. Евклидовы векторные пространства | 2 | 2 |
| 7.2. Евклидовы точечные пространства | 3 | 2 |
| 7.3. Фигуры второго порядка в евклидовых пространствах | 2 | 2 |
| Раздел 8. Кривые и поверхности | 16 | 18 |
| 8.1. Понятие и способы задания кривой в пространстве E^3 , натуральная параметризация и кривизна кривой | 4 | 4 |
| 8.2. Репер Френе, формулы Френе, кручение кривой | 2 | 2 |
| 8.3. Понятие и способы задания поверхности в пространстве E^3 , касательная плоскость и нормаль к поверхности в данной точке | 2 | 4 |
| 8.4. Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью | 4 | 4 |
| 8.5. Нормальная кривизна поверхности, вторая фундаментальная форма поверхности, полная и средняя кривизны, типы точек на поверхности | 4 | 4 |
| Всего часов | 70 | 70 |

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение

1.1. Роль геометрии в математике и ее приложениях.

Раздел 2. Векторы

2.1. Понятие вектора.

Направленные отрезки. Векторы как классы эквивалентных направленных отрезков.

2.2. Сложение векторов. Умножение векторов на числа.

Определения и основные свойства линейных операций над векторами: сложение векторов, умножение векторов на числа. Откладывание вектора от точки.

2.3. Проекции.

Определения и основные свойства параллельного проектирования на плоскости и в пространстве.

2.4. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы.

Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, коллинеарные и компланарные векторы. Базисы и координаты векторов. Ориентация прямой, плоскости и пространства.

2.5. Скалярное произведение векторов.

2.6. Векторное произведение векторов.

2.7. Смешанное произведение векторов.

2.8. Формулы преобразования координат векторов.

Раздел 3. Прямые и плоскости

3.1. Аффинные реперы и координаты точек. Формулы преобразования координат точек.

Аффинные реперы (декартовы системы координат) на прямой, на плоскости и в пространстве. Ортонормированные реперы (прямоугольные декартовы системы координат). Полярные, сферические и цилиндрические системы координат. Формулы преобразования аффинных координат точек.

3.2. Фигуры и их уравнения.

Два основных способа задания фигур: с помощью уравнений и параметризация.

3.3. Прямые на плоскости.

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Определение взаимного расположения двух прямых на плоскости по их уравнениям. Пучок прямых. Формулы для вычисления расстояния от точки до прямой и величины угла между прямыми.

3.4. Плоскости и прямые в пространстве.

Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Определение взаимного расположения двух плоскостей по их уравнениям. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Определение взаимного расположения прямых

и плоскостей в пространстве по их уравнениям. Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости.

Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве

4.1. Эллипс, гипербола, парабола.

Эллипс – различные определения, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Гипербола – определение, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола – каноническое уравнение, фокус и директриса. Параметрические задания эллипса и гиперболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.

4.2. Фигуры второго порядка на плоскости.

Общее уравнение фигуры второго порядка на плоскости, приведение его к каноническому виду.

4.3. Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры.

Фигуры вращения второго порядка, переход к общим фигурам второго порядка. Эллипсоид вращения, трехосный эллипсоид. Параболоид вращения. Эллиптический параболоид. Однополостный гиперболоид вращения. Однополостный гиперболоид общего вида. Двуполостный гиперболоид вращения. Двуполостный гиперболоид общего вида. Цилиндры второго порядка – эллиптический, параболический, гиперболический. Конус второго порядка.

4.4. Фигуры второго порядка в пространстве.

Понятие фигуры второго порядка в пространстве, ее исследование с помощью сечений. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Общее уравнение фигуры второго порядка в пространстве, приведение его к каноническому виду.

Раздел 5. Аффинные преобразования и движения

5.1. Аффинные преобразования плоскости и пространства.

Определение, примеры и основные свойства аффинных преобразований плоскости и пространства.

5.2. Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием.

5.3. Координатное выражение аффинного преобразования.

5.4. Движения плоскости и пространства.

Определение, примеры и основные свойства движений плоскости и пространства. Координатная запись движения. Описание движений плоскости E^2 и пространства E^3 .

Раздел 6. Аффинные пространства

6.1. Определение, примеры и простейшие свойства аффинного пространства.

Понятие аффинного пространства и его простейшие свойства, вытекающие из аксиом. Примеры. Арифметическое аффинное пространство.

6.2. Плоскости в аффинном пространстве.

Понятие k -мерной плоскости в пространстве A^n , аффинная оболочка множества точек. Аффинно независимые системы точек.

6.3. Уравнения плоскостей в аффинном пространстве.

Общие и параметрические уравнения плоскостей в пространстве A^n . Типы взаимного расположения двух плоскостей в аффинном пространстве, характеристика пары плоскостей.

6.4. Аффинные отображения. Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств.

Аффинные отображения. Изоморфизм аффинных пространств. Аффинные преобразования. Геометрия аффинной группы.

6.5. Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах.

Фигуры второго порядка (квадрики) в вещественном аффинном пространстве A^n . Пересечение квадрики с прямой. Асимптотические направления. Линии эллиптического, гиперболического, параболического типов на плоскости E^2 . Центры квадрик. Диаметральные плоскости квадрики. Диаметры линий второго порядка. Приведение уравнений квадрики к нормальному виду с помощью преобразования координат. Аффинная классификация квадрик в вещественном аффинном пространстве A^n . Аффинная классификация линий второго порядка. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.

Раздел 7. Евклидовы пространства

7.1. Евклидовы векторные пространства.

Понятие евклидова векторного пространства. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы. Ортогональное дополнение подпространства. Матрица Грама системы векторов.

7.2. Евклидовы точечные пространства.

Понятие n -мерного евклидова точечного пространства E^n . Ортонормированные реперы. Плоскости в пространстве E^n , ортогональность плоскостей.

7.3. Фигуры второго порядка в евклидовых пространствах.

Приведение уравнения квадрики в пространстве E^n к каноническому виду. Исследование поверхности второго порядка в пространстве E^3 по общему уравнению.

Раздел 8. Кривые и поверхности

8.1. Понятие и способы задания кривой в пространстве E^3 , натуральная параметризация и кривизна кривой.

Параметризованные кривые в E^3 (E^n). Натуральная параметризация. Кривые (линии). Локальная эквивалентность понятий параметризованной кривой и линии. Способы задания линий на плоскости и в пространстве. Касательная прямая. Соприкасающаяся плоскость. Ориентация линии.

8.2. Репер Френе, формулы Френе, кручение кривой.

Вектор кривизны и кривизна. Базис и репер Френе. Формулы Френе. Кручение. Натуральные уравнения кривой. Инварианты кривых.

8.3. Понятие и способы задания поверхности в пространстве E^3 , касательная плоскость и нормаль к поверхности в данной точке.

Параметризованные поверхности в E^3 (E^n). Поверхности. Локальная эквива-

лентность поверхности и параметризованной поверхности. Локальные (криволинейные) координаты на поверхности. Кривые на поверхности. Касательное пространство к поверхности, касательная плоскость, нормаль. Ориентация поверхности.

8.4. Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью.

8.5. Нормальная кривизна поверхности, вторая фундаментальная форма поверхности, полная и средняя кривизны, типы точек на поверхности.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. *Кононов С.Г.* Аналитическая геометрия: учебное пособие. – Минск: БГУ, 2014. – 238 с.
2. *Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1984. – Ч. 1. – 302 с.
3. *Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1987. – Ч. 2. – 269 с.
4. Дифференциальная геометрия: учебное пособие. Под редакцией *Феденко А.С.* – Минск: БГУ, 1982. – 255 с.
5. *Моденов П.С., Пархоменко А.С.* Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие. – М., Наука, 1976. – 384 с.
6. *Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. – Минск: Университетское, 1989. – 285 с.
7. Сборник задач по дифференциальной геометрии: учебное пособие. Под редакцией *Феденко А.С.* – М., Наука, 1979. – 272 с.

Дополнительная литература

1. *Александров П.С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. – М., Наука, 1979. – 512 с.
2. *Кострикин А.И., Манин Ю.И.* Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1986. – 303 с.
3. *Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р.* Линейная алгебра и многомерная геометрия: учебник. – М., Наука, 1970. – 527 с.
4. *Постников М.М.* Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1973. – 751 с.
5. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1979. – 336 с.
6. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр II. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1979. – 312 с.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

В процессе *самостоятельной работы* по дисциплине «Геометрия» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- подготовка к различным формам промежуточной аттестации (практической, контрольной работе, коллоквиуму, зачету, экзамену);
- поиск и изучение понятий и фактов из параллельно читаемых курсов «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ», необходимых для усвоения дисциплины «Геометрия»;
- выполнение домашних заданий; самостоятельное выполнение заданий для практических работ;
- подбор необходимой литературы, поиск необходимой информации в сети Интернет.

Рекомендуется следующее *распределение часов*, отведенных на самостоятельную работу (102 часа) по дисциплине «Геометрия»:

Раздел 1. Введение (1 час).

Раздел 2. Векторы (20 часов).

Раздел 3. Прямые и плоскости (16 часов).

Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве (15 часов).

Раздел 5. Аффинные преобразования и движения (10 часов).

Раздел 6. Аффинные пространства (15 часов).

Раздел 7. Евклидовы пространства (10 часов).

Раздел 8. Кривые и поверхности (15 часов).

Критерием оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Геометрия», является уровень усвоения учебного материала, который проверяется и оценивается в процессе практических занятий, при выполнении контрольных работ, тестовых заданий, на коллоквиумах и при сдаче зачетов и экзаменов.

Управляемая самостоятельная работа (УСР) студентов – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию преподавателя, при его методическом руководстве и контроле.

Целью УСР по дисциплине «Геометрия» является целенаправленное обучение студентов основным навыкам и умениям для успешного усвоения теоретического и практического учебного материала.

К *организационным формам* проведения УСР по дисциплине «Геометрия» относится аудиторная деятельность на практических занятиях. *Видами отчетности* УСР являются: контрольные работы, коллоквиумы, отчеты по практическим работам.

Контроль УСР по дисциплине «Геометрия» проводится преподавателем,

как правило, во время аудиторных занятий и осуществляется в виде:

- экспресс-опроса на аудиторных занятиях;
- контрольной работы;
- тестового задания;
- коллоквиума;
- защиты учебных заданий по практическим работам.

Учет результатов контроля текущей успеваемости студентов ведется преподавателем. Полученные студентом количественные результаты УСП учитываются как составная часть итоговой оценки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Задания студентам по УСП разрабатываются преподавателями, читающими лекции и проводящими практические занятия, в соответствии с рабочим вариантом учебной программы