

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор БГУ



С.В. Абламейко

2017 г.

Регистрационный №

02  
72-ВМ

**Программа вступительного экзамена  
в магистратуру для специальностей  
1-31 81 06 Веб-программирование и интернет-технологии  
1-31 81 07 Математическое и программное обеспечение  
мобильных устройств**

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Д.Г. Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

А.Б. Антонец, и.о. зав. кафедрой функционального анализа, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.В. Беняш-Кривец, зав. кафедрой высшей алгебра и защиты информации, доктор физ.-мат. наук, профессор;

А.Л. Гладков, зав. кафедрой математической кибернетики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.И. Громяк, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, доктор физ.-мат. наук, профессор;

М.А. Журавков, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.Г. Кротов, зав. кафедрой теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;

А.В. Лебедев, зав. кафедрой нелинейного анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Г.И. Михасев, зав. кафедрой био- и наномеханики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.С. Романчик, заведующий кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

В.И. Янчевский, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, доктор физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета (протокол № 5 от 7 февраля 2017 г.);

Советом механико-математического факультета (протокол № 5 от 7 февраля 2017 г.);

Ответственный за редакцию: В.С. Романчик

Ответственный за выпуск: Д.Н. Чергинец



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На вступительном экзамене в магистратуру студент должен **знать:**

- определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах;
- современные интернет сервисы и веб-технологии.

**уметь:**

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах;
- анализировать эффективность и качество информационных комплексов.

Члены экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## Часть 1. Математика

### РАЗДЕЛ I. Алгебра

#### Тема 1.1 Комплексные числа

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Полярная система координат. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Понятие корня из комплексного числа, извлечение корня из комплексного числа.

#### Тема 1.2 Многочлены

Понятие многочлена от одной переменной. Степень многочлена. Неприводимые многочлены. Разложение на неприводимые многочлены. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Производная многочлена. Кратность корня.

#### Тема 1.3 Матрицы

Специальные матрицы: диагональная, нижняя и верхняя треугольные, единичная, нулевая, ступенчатая, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц. Сложение матриц, умножение матрицы на скаляр, умножение матриц, транспонирование. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица. Характеристический и минимальный многочлен матрицы. Жорданова клетка, жорданова нормальная форма матрицы. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Определитель Вандермонда.

#### Тема 1.4 Системы уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Матричная запись системы. Решение системы. Общее и частное решения системы. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы. Свободные и независимые переменные. Однородные системы. Фундаментальная система решений.

#### Тема 1.5 Векторные пространства

Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Подпространство. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма и дополнение подпространств.

#### Тема 1.6 Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Матрица линейного оператора. Алгебраические действия над линейными отображениями. Собственные значения и собственные векторы.

#### Тема 1.7 Формы

Билинейные, полуторалинейные и квадратичные формы. Симметрические, кососимметрические билинейные формы. Ранг формы. Матрица формы. Канонический вид квадратичной формы. Положительный и отрицательный индекс инерции, сигнатура квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы.

#### Тема 1.8 Евклидовы и унитарные пространства

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Длина вектора. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Ортогональные векторы.

Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Сопряженный оператор. Унитарные и самосопряженные операторы.

#### **Тема 1.9 Группы**

Группа, подгруппа. Циклическая подгруппа. Порядок элемента группы. Нормальная подгруппа, факторгруппа. Смежный класс. Индекс подгруппы. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Ядро гомоморфизма.

#### **Тема 1.10 Кольца**

Кольцо, поле, подкольцо. Идеал, факторкольцо. Гомоморфизм и изоморфизм колец. Ядро гомоморфизма. Характеристика поля. Степень расширения полей.

### **РАЗДЕЛ II. Геометрия**

#### **Тема 2.1 Векторы**

Понятие вектора в  $\mathbb{R}^3$ . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

#### **Тема 2.2 Аффинная геометрия**

Уравнения прямых и плоскостей в  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ . Аффинное пространство  $A^n$ , аффинная группа и аффинная геометрия.  $k$ -мерная плоскость в  $A^n$ , характеристика пары плоскостей.

#### **Тема 2.3 Евклидовы пространства**

Евклидово точечное пространство  $\mathbb{R}^n$ , движения пространства и евклидова геометрия.

#### **Тема 2.4 Кривые и поверхности второго порядка**

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Фигуры второго порядка в пространствах  $A^n$  и  $\mathbb{R}^3$ .

### **РАЗДЕЛ III. Дифференциальная геометрия**

#### **Тема 3.1 Кривые**

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна кривой. Кручение кривой.

#### **Тема 3.2 Поверхности**

Понятие поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Типы точек поверхности.

### **РАЗДЕЛ IV. Математический анализ**

#### **Тема 4.1 Числа и последовательности**

Понятие вещественных чисел. Точные границы числовых множеств. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

#### **Тема 4.2 Функции одной переменной и ряды**

Определение предела функции в точке. Определение непрерывности функции в точке. Понятие равномерной непрерывности. Определение производной и диф-

ференциала функции одной вещественной переменной. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Определение интеграла Римана. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Сходимость ряда Фурье в точке.

#### **Тема 4.3 Функции многих переменных**

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Матрица Якоби. Теорема о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума. Условный экстремум функций многих переменных.

#### **Тема 4.4 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы**

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Определение поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского.

### **РАЗДЕЛ V. Теория функций комплексного переменного**

#### **Тема 5.1 Аналитические функции**

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

#### **Тема 5.2 Степенные ряды и вычеты**

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах.

### **РАЗДЕЛ VI. Функциональный анализ**

#### **Тема 6.1 Метрические и нормированные пространства**

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Сходимость функциональных последовательностей: точечная сходимость, сходимость почти всюду, равномерная сходимость. Отображения: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

#### **Тема 6.2 Линейные операторы**

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Линейные интегральные операторы. Образ, ядро, график линейного оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

#### **Тема 6.3 Гильбертовы пространства**

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Базис в нормированном векторном пространстве, в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве.

### **РАЗДЕЛ VII. Теория вероятностей**

**Тема 7.1 Вероятность**

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Алгебра и  $\sigma$ -алгебра событий. Вероятностное пространство, вероятность. Классическое, конечное, дискретное, геометрическое вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий. Схема Бернулли.

**Тема 7.2 Случайные величины и независимость**

Случайная величина, ее функция распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения, плотность вероятности.  $\sigma$ -алгебра, порожденная случайной величиной. Распределение вероятностей, независимость случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции.

Характеристическая функция случайной величины.

**Тема 7.3 Последовательности случайных величин**

Центральная предельная теорема, закон больших чисел, усиленный закон больших чисел. Понятие о случайном процессе, пуассоновский случайный процесс, случайный процесс броуновского движения.

**Тема 7.4 Математическая статистика**

Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, оптимальность, эффективность статистической оценки. Достаточная статистика, статистическая гипотеза, параметрическая гипотеза, линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

**РАЗДЕЛ VIII. Дифференциальные уравнения****Тема 8.1 Основные понятия**

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

**Тема 8.2 Уравнения 1-го порядка**

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

**Тема 8.3 Системы и уравнения  $n$ -го порядка**

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.

**РАЗДЕЛ IX. Уравнения в частных производных****Тема 9.1 Уравнения в частных производных**

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение теплопроводности. Гармонические функции. Задача Коши. Смешанные задачи.

**РАЗДЕЛ X. Вычислительная математика****Тема 10.1 Приближение функций и численное интегрирование**

Понятие погрешности. Методы приближения функций. Приближенное вычисление интегралов.

**Тема 10.2 Системы линейных алгебраических уравнений и проблема собственных значений**

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения проблемы собственных значений.

#### **Тема 10.3 Системы нелинейных уравнений**

Методы численного решения систем нелинейных уравнений. Линейная и квадратичная скорость сходимости.

#### **Тема 10.4 Разностные схемы и их применение**

Основные понятия теории разностных схем (сетка, устойчивость, сходимость, аппроксимация). Разностные схемы для уравнений в частных производных.

### **РАЗДЕЛ XI. Математическая логика**

#### **Тема 11.1 Математическая логика**

Алгебра высказываний. Формулы, равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы.

### **РАЗДЕЛ XII. Дискретная математика**

#### **Тема 12.1 Дискретная математика**

Граф, цикл, сеть, поток, циркуляция, мощность потока. Эйлеровы графы.

### **РАЗДЕЛ XIII. Исследование операций**

#### **Тема 13.1 Исследование операций**

Игра в нормальной форме, игра с нулевой суммой, матричная игра, цена игры, седловая точка.

### **РАЗДЕЛ XIV. Методы оптимизации**

#### **Тема 14.1 Методы оптимизации**

Экстремум, локальный экстремум, условный экстремум функции. Функция Лагранжа. Вариационная задача. Производные в векторных пространствах: производная по направлению, вариация по Лагранжу. Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые экстремальные задачи. Линейная задача, двойственная задача.

## **Часть 2. Основы информационных технологий**

### **РАЗДЕЛ XV. Устройство компьютера. Компьютерные коммуникации и сети**

#### **Тема 15.1 Основные устройства компьютера**

Архитектура компьютера. Принципы работы компьютера.

#### **Тема 15.2 Компьютерные сети и Интернет**

Модели протоколов OSI и TCP/IP. Назначение уровней протоколов. Адресация в IP-сетях. Система доменных имен DNS.

#### **Тема 15.3 Администрирование пользователей и групп в сети**

Сетевая безопасность. Распределенные системы. Разработка сетевых приложений. Сокеты.



## **РАЗДЕЛ XVI. Операционные системы. Системное программное обеспечение**

### **Тема 16.1 Архитектура вычислительных систем**

Операционные системы. Функции операционных систем и режимы их работы.

### **Тема 16.2 Структура OS Windows**

Управление виртуальной памятью. Организация виртуальной памяти. Работа приложений с виртуальной памятью и Heap. Статическая и динамическая компоновка. DLL-библиотеки, экспортирование и импортирование функций. Динамическое связывание. Организация управления данными. Файловые системы.

### **Тема 16.3 Основы архитектуры ОС Unix, Linux**

Особенности и возможности. Основные модули и их функции (ядро, API, файловая подсистема, подсистема I/O, подсистема управления процессами и памятью). Классы доступа к файлам в Unix, права доступа. Управление вводом/выводом в Unix. Виды устройств. Драйверы устройств в Unix. Взаимодействие процесса с драйвером.

### **Тема 16.4 Системы управления программного обеспечения**

Понятие портов, пакетов, основные менеджеры управления пакетами. Системное и сетевое администрирование. Многозадачность и многопоточность, их реализация в различных ОС. Необходимость синхронизации разделяемых данных. Автоматизация администрирования POSIX систем и серверов, скрипты командной оболочки, переменные среды окружения. Иерархия выполняемых процессов в POSIX системах, межпроцессорное взаимодействие, каналы (pipes). Особенности представления системных настроек и конфигураций в ОС Windows (реестр) и POSIX системах (директория файлов конфигурации и т.д.).

## **РАЗДЕЛ XVII. Алгоритмы. Программное обеспечение**

### **Тема 17.1 Представление информации в компьютерах**

Понятие информации. Кодирование информации. Требования, предъявляемые к кодированию информации при программировании.

### **Тема 17.2 Алгоритм**

Трудоемкость алгоритмов: наилучший случай, наихудший случай, трудоемкость в среднем. Асимптотики трудоемкости алгоритмов  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$ . Полиномиальные и неполиномиальные алгоритмы. Машина Тьюринга. Основные принципы ее работы.

### **Тема 17.3 Классы задач $P$ и $NP$**

$NP$ -трудные и  $NP$ -полные задачи. Стратегии решения задач. Принцип «разделяй и властвуй», динамическое программирование, градиентные алгоритмы. Примеры решения задач с использованием данных методов и их трудоемкость. Алгоритмы сортировки сложности  $O(n \log n)$  на основе сравнения элементов.

### **Тема 17.4 Алгоритмы сортировки**

Организация поиска в отсортированном массиве. Бинарное дерево поиска. Базовые операции над ним и их трудоемкость в наихудшем случае. Хэш-таблицы и хэш-функции. Коллизии. Методы разрешения коллизий. Открытое и закрытое хэширование.

### **Тема 17.5 Алгоритмы на графах**

Структуры данных для представления графов: матрицы смежности, матрицы инцидентности, списки смежности, списки ребер. Алгоритмы поиска в ширину и

глубину. Алгоритмы на графах. Поиск компонент связности и компонент двусвязности. Алгоритмы нахождения эйлера цикла. Поиск минимального остовного дерева и кратчайшего пути в графе. Алгоритмы Прима, Краскала, Дейкстры, Флойда. Алгоритмы на графах. Паросочетания в двудольных графах, метод увеличивающей цепи. Потoki в сетях, алгоритм Форда–Фалкерсона. Алгоритмы на строках. Алгоритмы поиска подстроки в строке. Алгоритмы Рабина–Крапа, Бойера–Мура, Кнута–Морриса–Пратта и их трудоемкость.

## **РАЗДЕЛ XVIII. Пакеты. Прикладное программное обеспечение**

### **Тема 18.1 Обработка текстовой и гипертекстовой информации**

Текстовые редакторы и процессоры. Пакеты для подготовки гипертекста.

### **Тема 18.2 Обработка числовой и математической информации**

Пакеты Mathematica и Maple.

### **Тема 18.3 Обработка графической информации**

Пакеты Adobe PhotoShop, Corel Draw.

### **Тема 18.4 Обработка мультимедийной и аудиовизуальной информации**

Средства обработки мультимедийной информации.

### **Тема 18.5 Программное обеспечение обработки экономической и деловой информации**

Электронные таблицы Excel. Система презентаций PowerPoint. СУБД Access.

## **РАЗДЕЛ XIX. Технологии программирования**

### **Тема 19.1 Основные этапы проектирования программ**

Понятия интерфейса и реализации. Системы программирования. Интегрированные средства разработки. Структура современной системы программирования. Жизненный цикл разработки программного обеспечения (ПО).

### **Тема 19.2 Понятие мобильности и переносимости ПО**

Структура переносимого ПО. Стандарты переносимости. Кроссплатформенность.

### **Тема 19.3 Объектно-ориентированная технология разработки ПО**

Понятие о языке моделирования UML. Виды диаграмм. Базовые принципы объектного программирования. Принципы быстрой разработки программ. Понятие об унифицированном процессе разработки (UP, RUP). Виды отношений между классами и объектами. Абстрактные классы и интерфейсы. Назначение интерфейсов.

### **Тема 19.4 Понятие о каскадном и итеративном процессах разработки программ**

Гибкие (agile) методологии. Понятие об экстремальном программировании (XP). Понятие о шаблонах (паттернах) проектирования. Понятие о тестировании. Модульное тестирование. Рефакторинг.

## **РАЗДЕЛ XX. Способы хранения, обработки и передачи информации. Базы данных**

### **Тема 20.1 Файлы, форматы файлов**

Информационные потоки. Электронные таблицы.

### **Тема 20.2 Базы данных**

Виды баз данных. Базы данных, ориентированные на хранение документов. Реляционные базы данных. Структурированный язык запросов SQL.

### **Тема 20.3 Безопасность и защита данных**

Симметричные и асимметричные криптографические системы. Шифрование сообщений. Цифровая подпись сообщений. Способы постановки электронной цифровой подписи. Архивирование как этап защиты информационной системы. Особенности обработки информации в платежных системах.

## **РАЗДЕЛ XXI. Основы веб-технологий и Интернет приложений**

### **Тема 21.1 Глобальная сеть Интернет**

Веб-сервисы. Система адресации. DNS-серверы. Межсетевой протокол IP. Протокол TCP. Состояния TCP-сеанса. Системы электронной почты. Интернет и Веб. Веб-технологии. Ресурсы Веб. HTTP-сообщения. Заголовки HTTP. Соединение по протоколу HTTP. Неразрывная сессия HTTP.

### **Тема 21.2 Язык HTML**

Элементы. Тэги. Контейнеры.

### **Тема 21.3 CSS**

Сценарии стороны клиента. Встраивание сценариев стороны клиента в документ HTML.

### **Тема 21.4 Язык JavaScript**

Переменные и типы. Объекты в языке JavaScript. Иерархия объектов. Технология Dynamic HTML. События. Обработчики событий.

### **Тема 21.5 Разработка приложений в архитектуре клиент-сервер**

Трехзвенная и многоуровневая архитектура ПО. Технологии взаимодействия с серверами. Преимущества и недостатки данной архитектуры. Технология CGI. Основные механизмы взаимодействия программы CGI и сервера Веб. Взаимодействие приложения CGI с клиентом Веб. Формы в документе HTML. Основные действия пользовательского агента при отправке формы. Передача информации от сервера веб-приложению CGI. Сценарии стороны сервера. Взаимодействие компонентов программного обеспечения при запуске сценариев стороны сервера.

### **Тема 21.6 Языки программирования на стороне сервера**

Языки для Back End. Задача публикации баз данных в Интернет. Способы публикации баз данных в Интернет.

## **РАЗДЕЛ XXII. Объектно-ориентированное программирование**

### **Тема 22.1 Объектно-ориентированное программирование**

Концепция АД. Объекты и классы. Понятия состояния, поведения и идентификации объекта. Отношения между классами: ассоциация, агрегация, композиция, использование, наследование. Отношения между объектами: взаимодействие клиент-сервер. Отношения между объектами: иерархии объектов. Базовые принципы ООП: инкапсуляция, наследование, полиморфизм. Примеры применения. Понятие класса, понятие объекта. Понятие членов экземпляра класса и члена класса. Классификация методов объекта в ООП. Идентичность и жизненный цикл объекта. Управление доступом к компонентам класса. Применение атрибутов доступа к классам, свойствам и методам классов. Одиночное и множественное наследование классов и интерфейсов, примеры использования. Управление доступом к компонентам класса при наследовании. Приведение типов при наследо-

вании. Полиморфизм и понятие виртуальных методов. Создание и уничтожение объектов. Конструкторы и деструкторы. Переопределение методов, влияние атрибутов доступа при переопределении методов. Понятие абстрактных классов и методов. Использование абстракции при наследовании. Статические поля и методы классов.

#### **Тема 22.2 Понятие исключительной ситуации**

Классификация исключений. Способы обработки ошибок. Выбрасывание и перехват исключений. Генерирование исключительных ситуаций.

#### **Тема 22.3 Понятие перегрузки методов, разрешение перегрузки**

Понятие перегрузки операторов. Generic-классы и методы, особенности применения. Понятие расширяемого программирования. Принципы расширяемого программирования.

#### **Тема 22.4 Коллекции**

Основные определения. Списки. Организация и область применения. Множества. Организация и область применения. Карты отображений. Map. Организация и область применения.

## ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

### Часть 1. Математика

#### Алгебра

1. Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме, формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел.

2. Кольцо многочленов от одной переменной. Корень многочлена, теорема Безу, кратность корня. Неприводимые многочлены над  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов.

3. Матрицы и алгебраические операции над ними. Ранг матрицы и его основные свойства. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления. Жорданова нормальная форма матрицы.

4. Определители, их основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения квадратных матриц.

5. Системы линейных алгебраических уравнений. Критерий совместности. Методы Гаусса и Крамера. Размерность и базис пространства всех решений однородной системы линейных уравнений.

6. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Подпространства и операции над ними: пересечение, сумма, прямая сумма.

7. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и композиции линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.

8. Билинейные, квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Канонический вид над  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

9. Понятие группы, подгруппы, примеры. Нормальная подгруппа, факторгруппа. Теорема Лагранжа. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Основная теорема о гомоморфизмах групп.

10. Понятие кольца, поля, подкольца, подполя, примеры. Идеал, факторкольцо. Гомоморфизм и изоморфизм колец. Основная теорема о гомоморфизмах колец.

#### Геометрия

11. Свободные векторы в  $\mathbb{R}^3$ , скалярное, векторное и смешанное произведения.

12. Различные виды уравнений прямой и плоскости в  $\mathbb{R}^2$  и в  $\mathbb{R}^3$ .

13. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства. Классификация кривых второго порядка в  $\mathbb{R}^2$ .

14. Аффинные пространства  $A^n$ . Плоскости в  $A^n$  и их уравнения. Взаимное расположение двух плоскостей.

15. Евклидовы точечные пространства  $\mathbb{R}^n$ . Ортогональность плоскостей в  $\mathbb{R}^n$ . Расстояние от точки до плоскости в  $\mathbb{R}^n$ .

### Дифференциальная геометрия

16. Кривые в  $\mathbb{R}^2$  и в  $\mathbb{R}^3$  и способы их задания. Натуральная параметризация кривой.

17. Кривизна и кручение кривой, их геометрический смысл. **Формулы Френе.**

18. Поверхности в  $\mathbb{R}^3$  и способы их задания. Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью.

19. Нормальная кривизна поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Полная (гауссова) кривизна.

### Математический анализ

20. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в  $\mathbb{R}$  и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.

21. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.

22. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности. Число Эйлера.**

23. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в  $\mathbb{R}$ , лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.

24. **Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.** Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков.

25. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений).

26. **Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.**

27. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано, Лагранжа, Коши.

28. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу, критерий Лебега интегрируемости. Классы интегрируемых функций.

29. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.

30. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов. (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).

31. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**

32. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

33. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).

34. Дифференцируемые отображения из  $\mathbb{R}^n$  в  $\mathbb{R}^m$ . Матрица Якоби.

35. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.

36. Теоремы о неявной и обратной функциях, условия их дифференцируемости и формулы для производных.

37. Мера Жордана в  $\mathbb{R}^n$  и ее свойства: монотонность, аддитивность, субаддитивность.

38. Интеграл Римана в  $\mathbb{R}^n$  и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

39. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

40. Поверхностные интегралы, формула Стокса, формула Гаусса-Остроградского.

### Теория функций комплексного переменного

41. Производная от функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана.

42. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

43. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.

44. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах. Приложения вычетов.

### Функциональный анализ

45. Продолжение меры по Лебегу. Меры Лебега и Лебега-Стилтьеса на  $\mathbb{R}$ .

46. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.

47. Пространства со скалярным произведением, гильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.

48. Пространства  $L^p(T, \mu)$ , неравенства Гёльдера, Минковского, полнота.

49. Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений) и его применения к интегральным уравнениям.

50. Разложение по ортонормированным системам векторов в гильбертовом пространстве.

51. Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Примеры.

52. Теорема Хана-Банаха о продолжении функционалов.

### Теория вероятностей

53. Аксиоматика Колмогорова. Условные вероятности.

54. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции и их свойства.

55. Критерии независимости случайных величин (дискретный, абсолютно непрерывный).

56. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.

57. Законы больших чисел. Неравенство и теоремы Колмогорова.

58. Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, оптимальность, эффективность статистической оценки.

### Дифференциальные уравнения

59. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

60. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения и основные теоремы об их решениях. Метод вариации произвольных постоянных.

61. Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

62. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка и основные теоремы об их решениях.

### Уравнения в частных производных

63. Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций. Теорема единственности для решений краевых задач.

64. Принцип максимума и теорема единственности для решений первой краевой задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности.

65. Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности.

66. Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения колебаний струны.

67. Формула Даламбера для решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.

### Вычислительная математика

68. Основные вычислительные схемы метода Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.

69. Метод итераций и общий неявный метод итераций для систем линейных алгебраических уравнений, теорема о сходимости.

70. Метод итераций для систем нелинейных уравнений, теорема о сходимости. Метод Ньютона для операторных уравнений, теорема о сходимости.

71. Метод Эйлера для решения задачи Коши в случае системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, сходимость метода. Метод Рунге-Кутты для решения задачи Коши в случае дифференциального уравнения первого порядка, четырехточечное правило.

72. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации и устойчивости со сходимостью.

73. Явная и неявная двухслойная четырехточечная разностная схема для уравнения теплопроводности, условия устойчивости.



### Математическая логика

74. Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний. Способы задания. Проблема минимизации.

75. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Вывод из гипотез. Теорема дедукции. Теорема о непротиворечивости исчисления высказываний. Независимость системы аксиом.

76. Логика предикатов. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения.

77. Исчисление предикатов. Формулы, аксиомы, правила вывода. Производное правило связывания квантором. Эквивалентность формул. Закон двойственности.

### Дискретная математика

78. Основная теорема о потоке (теорема о  $\max$ - и  $\min$ - разрезах).

79. Алгоритм Форда-Фолкерсона построения максимального потока.

80. Необходимые и достаточные условия существования эйлера цикла в графе.

### Исследование операций

81. Теорема о разложении положительного потока.

82. Потоки минимальной стоимости. Алгоритм Басакера-Гоуэна.

83. Матричные игры. Цена. Седловая точка. Нахождение цены и седловой точки.

### Методы оптимизации

84. Теорема Куна-Таккера.

85. Необходимое условие экстремума в классической вариационной задаче (уравнение Эйлера-Лагранжа).

86. Метод множителей Лагранжа.

87. Производные в векторных пространствах (производная по направлению, вариация по Лагранжу).

88. Условия оптимальности первого и второго порядков в задаче оптимизации с ограничениями-равенствами (задача условной оптимизации).

## Часть 2. Основы информационных технологий

### Устройство компьютера. Компьютерные коммуникации и сети

89. Основные устройства компьютера. Архитектура компьютера. Принципы работы компьютера.

90. Компьютерные сети и Интернет. Адресация и протоколы передачи данных.

91. Администрирование пользователей и групп в сети.

### Операционные системы. Системное программное обеспечение

92. Архитектура вычислительных систем и мобильных устройств.

93. Структура OS Windows.

94. ОС Unix, Linux.

## 95. Системы программного обеспечения.

### Алгоритмы. Программное обеспечение

- 96. Представление информации в компьютерах и сетях.
- 97. Алгоритм.
- 98. Машина Тьюринга. Основные принципы ее работы.
- 99. Классы задач  $P$  и  $NP$ .
- 100. Алгоритмы сортировки.
- 101. Алгоритмы на графах.

### Пакеты. Прикладное программное обеспечение

- 102. Обработка текстовой и гипертекстовой информации. Пакеты обработки.
- 103. Пакеты компьютерного моделирования Mathematica и Maple.
- 104. Пакеты компьютерной графики Adobe PhotoShop, Corel Draw.
- 105. Электронные таблицы Excel. Система презентаций PowerPoint. СУБД Access.

### Технологии программирования

- 106. Понятие проекта. Основные этапы проектирования программ.
- 107. Понятие мобильности и переносимости ПО. Кроссплатформенное ПО.
- 108. Объектная технология разработки ПО.
- 109. Понятие о каскадном и итеративном процессах разработки программ.

### Способы хранения, обработки и передачи информации. Базы данных

- 110. Файлы, форматы файлов.
- 111. Базы данных. Виды баз данных.
- 112. Безопасность и защита данных.

### Основы веб-технологий и Интернет приложений

- 113. Глобальная сеть Интернет.
- 114. Язык HTML.
- 115. Каскадные таблицы стилей CSS.
- 116. Язык JavaScript.
- 117. Разработка приложений в архитектуре клиент-сервер. Front End и Back End приложения.
- 118. Языки программирования на стороне сервера.

### Объектно-ориентированное программирование

- 119. Объектно-ориентированное программирование. Классы и объекты.
- 120. Понятие исключительной ситуации. Объекты-исключения.
- 121. Понятие методов. Перегрузка методов.
- 122. Коллекции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зорич В.А. Математический анализ. - М., Наука, Т.1 - 1981, Т.2 - 1984.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М., Высшая школа, Т.1,2 - 1981 и др. издания.
4. Рудин У. Основы математического анализа. - М., Мир. - 1976.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
6. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. М., Мир, 1967.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
8. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Высшая школа, 1991.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Высшэйшая школа, 1974.
10. Федорюк М.В. Обыкновенных дифференциальные уравнения. Москва: Наука, 1985.
11. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Наука, 1992.
12. Антоневиц А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебник. Минск, БГУ, 2006.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
14. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Наука, 1980.
15. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
16. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища школа, 1979.
- 17.6. Лазакевич Н.В., Сташулёнок С.П. Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
18. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач, 1989.
19. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 432 с.
20. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1978. - 352 с.
21. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.

22. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.
23. Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.
24. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1987
25. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. - М.: Наука, 1999.
26. Романчик В.С. Веб-программирование. 2013.
27. Блинов И.Н., Романчик В.С. Java2. Практическое программирование. — Мн.:УниверсалПресс, 2005.
28. Блинов И.Н., Романчик В.С. Java. Промышленное программирование. — Мн.:УниверсалПресс, 2007.