

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение
по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

 А.И. Жук

«25» 07 2012 г.

Регистрационный № ТД-Б. 430/тип.

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИКУ

Типовая учебная программа
для учреждений высшего образования по специальности
1-31 03 01 «Математика (по направлениям)»

СОГЛАСОВАНО

Председатель
Учебно-методического
объединения
по естественнонаучному
образованию



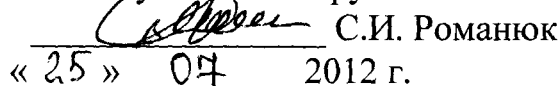
«01»

Институт

2012 г.

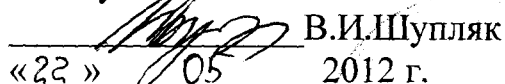
СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего и
среднего специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

 С.И. Романюк

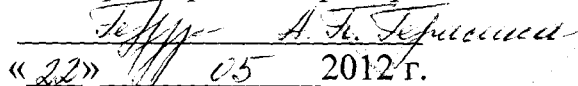
«25» 07 2012 г.

Проректор по учебной и
воспитательной работе
Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

 В.И. Шупляк

«22» 05 2012 г.

Эксперт-нормоконтролер

 А.Ф. Терешченко

«22» 05 2012 г.

Минск 2011

СОСТАВИТЕЛЬ:

С.Г. Кононов, доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра алгебры, геометрии и методики преподавания математики учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»;

И.В. Белько, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 23 марта 2011г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 21 апреля 2011г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественному образованию (протокол № 10 от 26 апреля 2011г.).

Ответственный за выпуск: С.Г. Кононов.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Введение в математику – дисциплина, которая входит в цикл обще-профессиональных и специальных дисциплин. Эта дисциплина преподается, как правило, в первом семестре и призвана облегчить учащимся переход от содержания и методов обучения, принятых в элементарной школьной математике, к методологии изложения дисциплин в высшей математике. Основными **целями** дисциплины **Введение в математику** являются:

- 1) знакомство студентов, начинающих свое математическое образование, с языком высшей математики, терминологией и общими математическими конструкциями, лежащими в основе различных математических дисциплин;
- 2) изложение элементов математической логики и основных методов, используемых при доказательстве математических утверждений;
- 3) демонстрация аксиоматического метода построения математических теорий на примере аксиоматик натуральных чисел и евклидовой планиметрии;
- 4) изложение элементов комбинаторики, используемых в различных дисциплинах, в частности, в курсах «Математический анализ» и «Алгебра и теория чисел»

Для достижения этих целей решаются следующие **задачи**:

- раскрывается значение и роль математики в системе современных знаний и в системе образования на разных ее ступенях;
- подчеркивается основополагающая роль математической логики, придающая дедуктивный характер математике, отличающий ее от других естественных и гуманитарных наук;
- излагаются начала теории множеств, понятия, конструкции и теоремы которой лежат в основе большинства разделов современной математики.

В начале изложения дисциплины дается характеристика математики как науки, ее содержания и методов исследований. Затем вводится основополагающее математическое понятие множества. Обсуждается канторов подход к этому понятию и возникающие при этом парадоксы «наивной» теории множеств. Дается понятие об аксиоматическом подходе к построению теории множеств и других математических теорий. Рассматриваются операции над множествами, в том числе декартово произведение множеств. На его основе определяется понятие бинарного отношения, подробно разбирается отношение эквивалентности и конструкция фактормножества. Приводятся начальные сведения об упорядоченных множествах, излагается метод математической индукции.

Далее изучается важнейшее математическое понятие отображения (функции). Приводятся примеры функций из различных разделов математики. Определяются инъективные, сюръективные, биективные отображения, композиция отображений, обратное отображение, доказываются основные утверждения, связанные с этими понятиями. Вводится понятие равномогущих множеств, рассматриваются счетные множества и множества мощности континуума.

Несколько лекций посвящены элементам математической логики. В этом разделе студенты знакомятся с принятой в математической логике терминологией, с основными логическими операциями и методами доказательства математических утверждений.

Далее рассматриваются некоторые вопросы комбинаторики. Для конечных множеств определяются понятия сочетания, перестановки, приводится формула бинома Ньютона. Рассматриваются правила суммы и произведения в комбинаторике, а также правило включений и исключений и его приложения.

В заключение даются примеры аксиоматического построения математической теории на основе аксиоматики Пеано натуральных чисел и аксиоматике Гильберта элементарной геометрии.

Основным методом изучения дисциплины «Введение в математику» является лекционное изложение. При этом полезно использовать эвристические и дискуссионные формы работы с аудиторией, постановку задач и обсуждение способов их решения. В конце курса полезно провести зачетную контрольную работу.

В результате изучения дисциплины *Введение в математику* студент должен:

знать:

- основные способы задания множеств в математике, операции над ними и их свойства;
- понятие функции (отображения), их типы, композиция отображений, обратное отображение;
- основные логические операции и логические законы;
- терминологию и основные формулы комбинаторики;
- суть аксиоматического метода построения теории, аксиоматику натуральных чисел и элементарной геометрии;

уметь:

- использовать теоретико-множественные обозначения при формулировке математических утверждений и решении задач;
- проводить строгие доказательства математических утверждений, используя логические операции и законы;
- решать простейшие комбинаторные задачи.

Содержание *Введения в математику* используется в последующем преподавании всех математических дисциплин, в частности в дисциплинах: «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Методы программирования и информатика».

Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины может быть организована в форме задач и упражнений, формулируемых в конце каждой лекции с последующим их обсуждением, а также в виде рефератов по отдельным темам и докладов в рамках занятий УИРС.

В конце семестра рекомендуется провести двухчасовую контрольную работу, результаты которой следует учитывать при приеме зачета.

Всего, согласно типовому учебному плану, на изучение дисциплины *Введение в математику* отводится 52 часа, в том числе 34 аудиторных: лекции – 30 часов, практические занятия – 4 часа. Рекомендуемая форма отчетности – *зачет*.

Примерный тематический план дисциплины

Наименование темы	Лекции (часов)	Практ. занятия (часов)
1. Введение	1	
2. Элементы математической логики	3	
3. Множества и отношения	6	1
4. Отображения	4	2
5. Элементы комбинаторики	4	1
6. Натуральные, целые и рациональные числа	4	
7. Аксиоматика евклидовой планиметрии	4	
8. Мощности и порядки	4	
Всего аудиторных часов	34	

Содержание учебного материала дисциплины *Введение в математику*

Введение

Особенности математики как науки. Ее содержание и методы исследований.

Элементы математической логики

Математические высказывания. Логические операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность. Логические законы. Субъекты, предикаты и высказывательные формы. Кванторы всеобщности и существования. Метод математической индукции.

Множества и отношения

Канторово описание множества. Антиномии "наивной" теории множеств. Пустое множество, универсальное множество. Начала аксиоматики Цермело – Френкеля теории множеств.

Операции над множествами: объединение, пересечение, вычитание. Дополнение множества. Декартово произведение множеств.

Бинарные отношения. Свойства рефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности бинарных отношений. Отношение эквивалентности, классы эквивалентных элементов, фактормножество.

Отображения

Понятие функции (отображения). Терминология и примеры. Понятия семейства, последовательности, уравнения. Образы и прообразы элементов и подмножеств. Композиция отображений (сложная функция), свойство ассоциативности композиции отображений. Инъективные, сюръективные, биективные отображения. Обратное отображение, односторонние обратные отображения. Декартово произведение семейства множеств. Бинарные алгебраические операции как отображения.

Аксиомы подстановки, регулярности и выбора системы аксиом Цермело – Френкеля теории множеств.

Элементы комбинаторики

Правила суммы и произведения в комбинаторике. Сочетания и перестановки. Бином Ньютона. Правило включений и исключений в комбинаторике и его приложения.

Натуральные, целые и рациональные числа

Аксиоматика Пеано натуральных чисел. Определение сложения, умножения натуральных чисел и естественного порядка в множестве натуральных

множества и натуральные числа в аксиоматике Цермело – Френкеля теории множеств.

Построение целых чисел. Сложение, умножение, деление с остатком целых чисел. Естественный порядок в множестве целых чисел. Сравнения целых чисел по натуральному модулю.

Построение рациональных чисел, определение арифметических операций и естественного порядка в множестве рациональных чисел.

Аксиоматика евклидовой планиметрии

Первичные понятия и первичные отношения в аксиоматике Гильберта евклидовой плоскости. Аксиомы связи и параллельности. Аксиомы порядка и следствия из них. Аксиомы конгруэнтности отрезков и углов. Измерение отрезков и углов. Построение биекции между множеством точек прямой и множеством вещественных чисел. Декартова система координат. Координатизация множества.

Мощности и порядки

Понятие мощности множества. Сравнение множеств по их мощностям, теорема Кантора – Бернштейна. Счетные множества: примеры и основные свойства. Множества мощности континуума. Континуум-проблема.

Упорядоченные множества: частичный, линейный и полный порядок. Максимальные и минимальные элементы. Вполне упорядоченные множества и трансфинитная индукция.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Кононов С.Г., Тышкевич Р.И., Янчевский В.И. *Введение в математику*. Мн. : Ч. 1-3. 2003.

Дополнительная:

1. Вольвачев Р.Т. *Элементы математической логики и теории множеств*. Мн.: Университетское, 1986.- 112 с.

2. Виленкин Н.Я. *Рассказы о множествах*. М.: Наука, 1969. 3-е издание, МЦМНО, 2005.

3. Куратовский К., Мостовский А. *Теория множеств*. М. 1970.

4. Коэн П. *Теория множеств и континуум-гипотеза*. М. 1969.