

О РАЗРАБОТКЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ УЧЕБНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО НЕКОТОРЫМ ТЕМАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОГО ПОДХОДА

Н. В. Бровка, В. В. Жиленкова

Белорусский государственный университет

Минск, Беларусь

e-mail: valeria.zhil@gmail.com

Обсуждаются вопросы применения когнитивно-визуального подхода к преподаванию математики. Приводятся примеры реализации данного метода при изучении дисциплины «Математический анализ» и примеры использования систем компьютерной алгебры для визуализации исследуемых объектов.

Ключевые слова: когнитивно-визуальный подход; математический анализ; системы компьютерной алгебры; Вольфрам Математика.

ABOUT DEVELOPMENT OF INTERACTIVE TRAINING MATERIALS ON SOME SUBJECTS OF THE CALCULUS ON THE BASIS OF COGNITIVE AND VISUAL APPROACH

N. V. Brovka, V. V. Zhylenkova

Belarusian State University

Minsk, Belarus

The article discusses the use of cognitive and visual approach to teaching mathematics. Also, are given examples of realization this method in studying of the discipline «Mathematical Analysis» and examples of using computer algebra systems for visualization the studied objects.

Keywords: cognitive and visual approach; calculus; systems of computer algebra; Wolfram Mathematica.

КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ПРЕПОДАВАНИЮ МАТЕМАТИКИ

Начало XXI века характеризуется мощным технологическим развитием почти во всех сферах знаний. Возникают новые направления, меняющие представления о сущности и результатах обучения, о формировании знаний, навыков и о многом другом. На данный момент изучение дисциплин связанных с математикой в том или ином размере включено в учебные программы практически всех специальностей высшего образования. Также математические методы и модели находят применение в различных областях познания и практики. В таких условиях в преподавании математики произошло осознание того, что традиционный подход, при котором основной упор

делается на абстрактно-логическое мышление, не является достаточно продуктивным. Данный вывод основан на исследованиях психологов, которые выявили, что левое и правое полушария головного мозга человека выполняют в процессе мышления различные функции и особым образом связаны друг с другом: левое полушарие специализируется на вербально-символических функциях, а правое – на пространственно-синтетических. Ученые констатируют, что по типу восприятия, который определяется ведущей сенсорной системой, люди, у которых преобладает правое полушарие, являются визуалами (зрительное восприятие) или кинестетиками (обонятельное, осязательное, мышечное, вкусовое восприятие). Люди, у которых преобладает левое полушарие – аудиалами (слуховое восприятие) [1].

Затруднения, связанные с преподаванием математики традиционным способом, опирающимся на абстрактно-логическое мышление (левополушарный крен), возможно преодолеть посредством когнитивно-визуального подхода, который снимает приоритет логического компонента мышления и обеспечивает сбалансированную работу головного мозга, разумно сочетая логический и образный компоненты мышления. Поэтому в настоящее время получило широкое распространение понятие «визуальное мышление», основоположником которого является Р. Арнхейм. Зрительно-наглядное, или мышление посредством зрительных (визуальных) операций, основная функция которого состоит в способности упорядочивать значения образов, в создании образов, делает знания видимым. Использование данного подхода приводит, во-первых, к более прочному усвоению материала, во-вторых, развивает эмоционально-ценностное отношение к полученным знаниям [2].

«Визуальное мышление» носит явно выраженный наглядный характер. Наглядность осуществляет в процессе обучения два типа функций:

- непосредственные: познавательная, управление деятельностью обучаемого, интерпретационная, эстетическая, свобода рассуждений;
- опосредованные: обеспечение целенаправленного внимания обучаемого, запоминание и повторение им учебного материала, реализация прикладной направленности [1].

Наглядность можно рассматривать не только на конкретном, но и на абстрактном уровне, а также и в процессе деятельности. Наглядные образы возникают в процессе познавательной деятельности как форма взаимодействия субъекта и объекта, поэтому наглядность образа зависит от индивидуальных особенностей человека как субъекта. Невозможно обойтись без наглядности, оперируя абстрактными математическими объектами.

Одним из способов реализации когнитивно-визуального подхода является обучение студентов математическому анализу на основе визуализации некоторых изучаемых задач при помощи систем компьютерной алгебры. Приведем примеры.

ПРИМЕРЫ ИНТЕРАКТИВНЫХ УЧЕБНЫХ МАТЕРИАЛОВ

При изучении темы «Условный экстремум» в разделе «Функции многих переменных» студентам не всегда понятно, почему этот экстремум так называется, что он определяет. Также при выполнении заданий по данной теме возникает сложность с представлением того, какой вид имеют графики рассматриваемых функций (поверхности) и каким образом они расположены относительно друг друга. Наиболее эффективно соответствующие визуализации можно осуществлять с использованием систем компьютерной алгебры (СКА).

Ниже приведены примеры визуализации в системе Wolfram Mathematica.

Пример 1. Найти условные экстремумы функции $z = f(x,y)$ при указанном уравнении связи на аргументы x, y :

$$z = 5 - 3x - 4y, \quad x^2 + y^2 = 25. \quad (1)$$

Решая данный пример методом Лагранжа, мы получим следующее решение:

$$z_{\max} = z(-3, -4) = 30, \quad z_{\min} = z(3, 4) = -20. \quad (2)$$

Но данный ответ не дает студенту никакого представления о том, какие именно фигуры он исследовал, как именно данные фигуры располагаются относительно друг друга в пространстве, где находятся найденные точки максимума и минимума и являются ли они верными. Для ответа на вышеуказанные пункты и наглядности визуализируем данный пример с помощью СКА и убедимся в правильности найденных точек условного максимума и условного минимума (рис. 1.1).

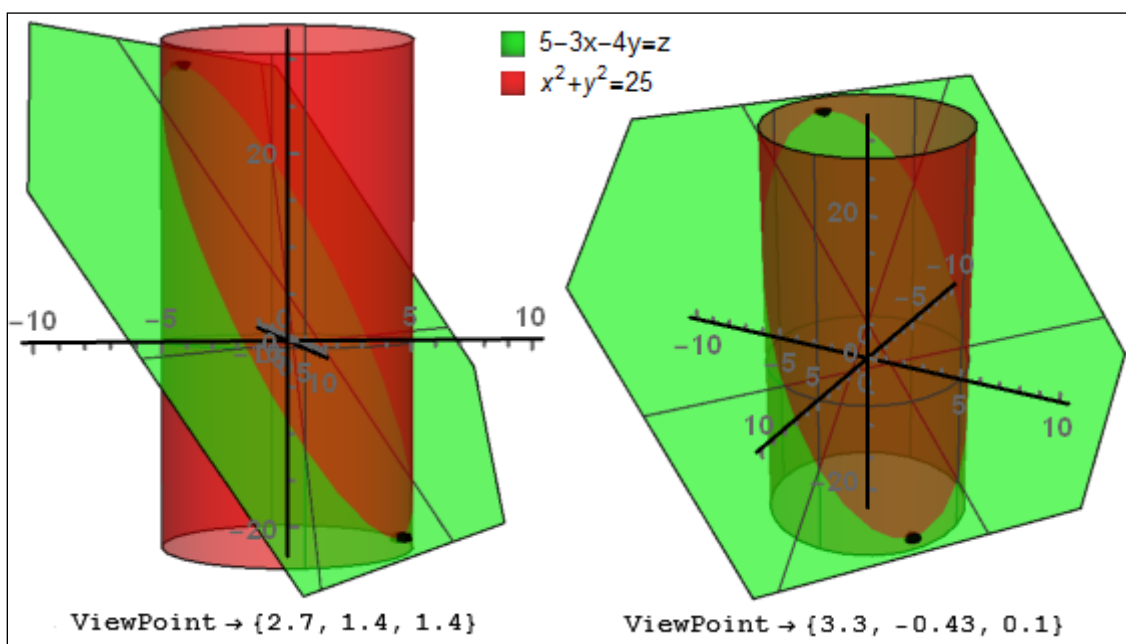


Рис. 1.1. Графики функции и уравнения связи, приведенных в примере №1

Пример 2. Множество задач на условный экстремум содержит исследование пересечения плоскости с различными поверхностями второго порядка. Учитывая данный факт, целесообразным является создание модуля программы при помощи СКА, в котором пользователь имеет возможность выбрать одну из стандартных поверхностей второго порядка и плоскость, которая будет пересекать данную поверхность. Для увеличения функциональности добавлены следующие возможности по управлению положением плоскости: во-первых, пользователь имеет возможность выбрать одну из трех плоскостей: перпендикулярную плоскости Oz , Ox или Oy ; во-вторых, одна выбранная из трех представленных плоскость может перемещаться вдоль данной оси (рис. 2.1; 2.2).

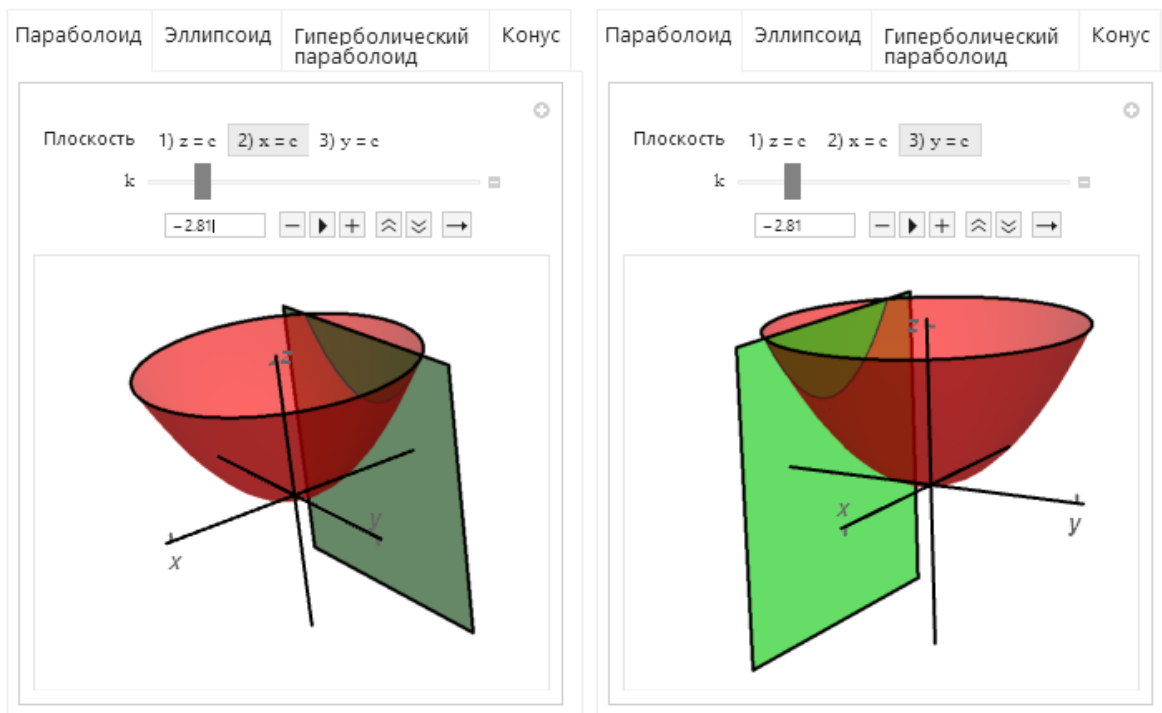


Рис. 2.1. График пересечения параболоида с плоскостями, перпендикулярными осям Ox и Oy

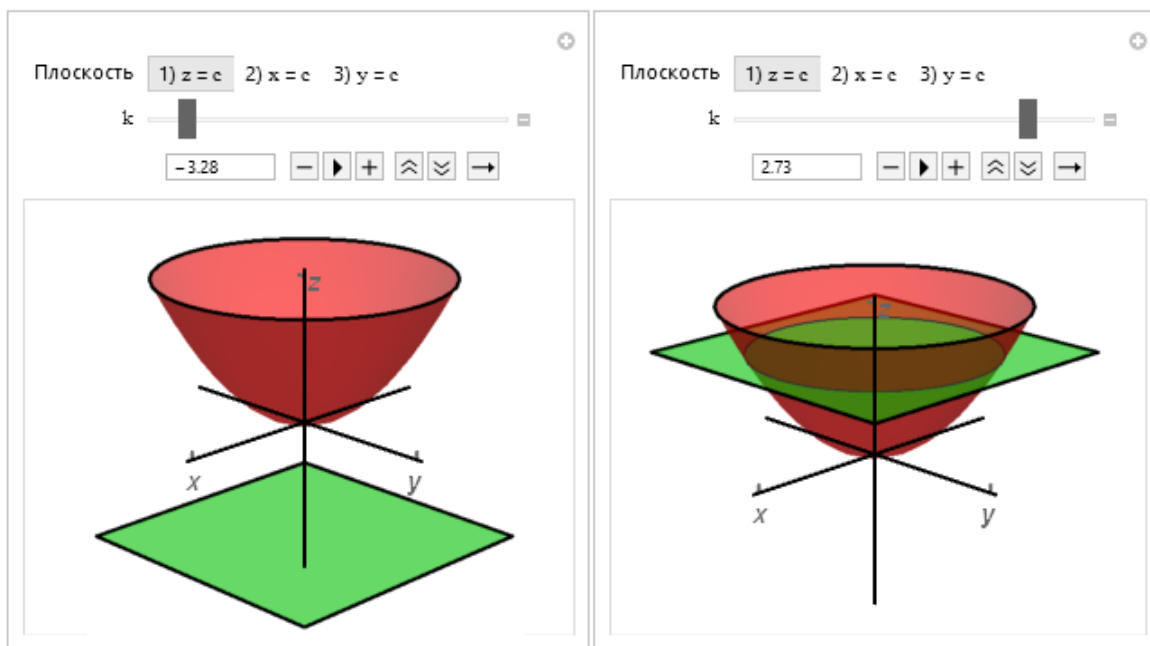


Рис. 2.2. График пересечения параболоида с плоскостью, перпендикулярной оси Oz

ОСНОВНЫЕ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ФУНКЦИИ И ОПЦИИ СИСТЕМЫ МАТЕМАТИКА

ContourPlot3D – контурный график явно заданной в декартовых координатах функции в пространстве; трехмерный контурный график включает также расположен-

ные в пространстве линии равного уровня, показывающие границы слоев трехмерной фигуры в секущих плоскостях, расположенных параллельно опорной плоскости фигуры.

О СРЕДСТВАХ НАСТРОЙКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИНТЕРАКТИВНОСТИ

Наиболее часто в блокнотах Mathematica динамическая интерактивность, диалоговые окна, управление параметрами входных данных для вычислений, построение и просмотр графиков реализуются с использованием функций Manipulate, Animate, Dynamic. Подробное описание возможностей применения различных настроек даны в [3]. Отмечается, в частности, что целесообразно использовать опции динамической интерактивности (Initialization:→, SaveDefinitions), пояснены примеры и эффекты применения опций настройки вида объектов сцены, задания толщины и типа линий (Thickness, Thick, Thin, AbsoluteThickness, Dashed, Dotted, DotDashed), цветов и прозрачности (Colors, Opacity); опции управления кадром вывода PlotRegion, PlotRange, PlotRangeClipping, AspectRatio, BoxRatios, ViewPoint, ViewAngle [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Шантаренко В. Г. Системный подход к обучению студентов математике на основе моделирования в визуальном информационном поле как способ реализации когнитивно-визуального подхода // Вестн. Омск. гос. пед. ун-та. 2007.
2. Бровка Н. В. Формы и средства интеграции теории и практики обучения студентов математике. Минск : БГПУ, 2009. С. 73–89.
3. Журавков М. А., Таранчук В. Б. Возможности и примеры использования системы Mathematica при преподавании дисциплин и изучении разделов по основам компьютерного моделирования в механике // Сетевой журн. «Науч. результат». Сер.: Информ. технологии. 2016. Т. 1. № 1(1). С. 30–38.