ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА МНОГОКАНАЛЬНЫХ МАТРИЦ РАССЕЯНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МИНИМАЛЬНЫХ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ

А. М. Дежурко, С. В. Малый, С. Г. Мулярчик

Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь
e-mail: alexander.dezhurko@gmail.com

Разработан и реализован параллельный алгоритм расчета многоканальных матриц рассеяния на высокопроизводительных графических картах на основе метода минимальных автономных блоков.

Ключевые слова: метод минимальных автономных блоков; вычисления на видеокарте; многоканальная матрица рассеяния.

PARALLEL ALGORITHM FOR MULTICHANNEL SCATTERING MATRICES CALCULATION ON THE BASIS OF THE MINIMAL AUTONOMOUS BLOCKS METHOD

A. M. Dezhurko, S. V. Maly, S. G. Mulyarchik

Belarusian State University
Minsk, Belarus

The parallel algorithm for multichannel scattering matrices calculation was developed and implemented on a high-performance GPU on the basis of the minimal autonomous blocks method.

Keywords: minimal autonomous blocks method; GPU computing; multichannel scattering matrix.

Расчет многоканальных матриц рассеяния − один из важнейших этапов решения разнообразных электродинамических задач методом минимальных автономных блоков [1]. Классический алгоритм определения многоканальной матрицы − это объединение общих каналов соседних блоков в рамках рекомпозиционной процедуры, основанной на матричных операциях. При большом количестве блоков, входящих в макроблок, эффективность рекомпозиционного алгоритма крайне низка. С другой стороны, определение матриц рассеяния необходимо при расчете усредненных матриц рассеяния макроблоков, при многомасштабном анализе, в задачах синтеза структуры и состава композитов и метаматериалов. Альтернативная методика определения элементов многоканальной матрицы рассеяния − это решение системы линейных алгебраических уравнений с разреженной матрицей для набора векторов правых частей, соответствующих последовательному возбуждению всех каналов, выходящих на внешние границы макроблока. Для двухмерных электродинамических задач в строке матрицы, соответствующей решаемой системе уравнений, содержится не более 5 ненулевых элементов, а для трехмерных задач число ненулевых элементов в строке равно 7. Вектор решения системы является соответствующим столбцом искомой матрицы рассеяния макроблока.

Топология распределения ненулевых элементов в матрице зависит от порядка нумерации блоков в макроблоке. Порядок решаемой системы определяется количеством блоков, входящих в макроблок. Для эффективного решения таких систем используют специальные алгоритмы, учитывающие разреженность матрицы коэффициентов. Для повышения эффективности решения таких систем необходимо также использовать технологии параллельных вычислений.

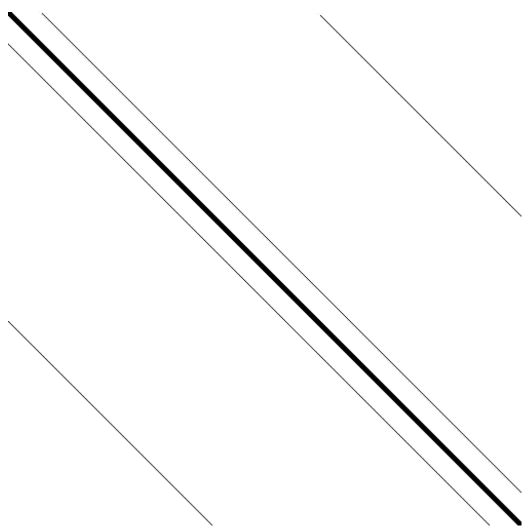
Для эффективного решения разреженной системы линейных алгебраических уравнений была использована специализированная библиотека cuSOLVER [2] для параллельных вычислений на видеокарте с поддержкой технологии CUDA [3].

Были опробованы методы Холецкого и *LU*-факторизации в паре с обратным алгоритмом Катхилла - Макки [4] и *QR*-факторизация в паре с симметричным алгоритмом минимальной степени [5].

Для оценки эффективности алгоритмов расчета многоканальных матриц рассеяния рассмотрен макроблок, состоящий из 10×10×10 минимальных автономных блоков кубической формы. Порядок разреженной матрицы равен 12 000, так как каждый МАБ описывается матрицей рассеяния 12-го порядка. Число правых частей системы равно 1200.

Для хранения данных был использован формат со сжатием по строкам (CSR) [6]. В таком формате на один ненулевой элемент необходимо дополнительно хранить индекс элемента (4 байта на 32-разрядной архитектуре) и массив индексов — разделителей строк размером $n + 1$, где n – количество строк в матрице. Доступ к произвольному элементу строки осуществляется за $O(\log(N))$, где N — максимальное количество элементов в строке [6].

На рисунке представлен приблизительный паттерн разреженности тестовой матрицы. Для наглядности показана верхняя левая часть всей матрицы (1/6 часть).



Паттерн разреженности верхней левой части матрицы

Результаты тестирования алгоритма расчета матрицы рассеяния многоканального блока на центральном процессоре и на видеокарте представлены в таблице.

Сравнение времени расчета многоканальной матрицы рассеяния макроблока на центральном процессоре и на видеокарте

Алгоритм	Время расчета на центральном процессоре, с	Время расчета на видеокарте, с
LU	19,3	–
QR	109,5	7,9
Холецкого	43,5	1,1

Вычислительный эксперимент широко используется в задачах проектирования электродинамических систем, синтеза структурно неоднородных материалов. Это приводит к многовариантному анализу систем, состоящих из больших стационарных подсистем и небольших варьируемых подсистем. Для эффективного решения данной задачи предлагается использовать алгоритм рефакторизации. В этом алгоритме первое LU-разложение выполняется полностью, а каждое последующее рассчитывается с учетом данных, полученных при первом разложении, т. е. выполняется рефакторизация системы.

В общем виде алгоритм можно записать следующим образом:

1. Рассчитаем $PAQ = LU$, где A – исходная матрица, P и Q – матрицы перестановок, LU – полученное разложение.
2. Запомним матрицы P, Q, L и U для дальнейшего использования в процессе рефакторизации.
3. Будем изменять ненулевые элементы матрицы A и анализировать новую систему, проводя рефакторизацию.

В качестве параллельной реализации алгоритма рефакторизации использовалась библиотека cuSolverRF [7], позволяющая уменьшить время расчета за счет параллелизма и вычислительной мощности видеокарты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Никольский В. В. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М. : Наука, 1983.
2. NVIDIA cuSOLVER [Electronic resource]. URL: https://developer.nvidia.com/cusolver.
3. CUDA Technology [Electronic resource]. URL: http://developer.nvidia.com/category/-zone/cuda-zone.
4. Cuthill E., J. McKee. Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices // In Proc. 24th Nat. Conf. ACM, 1969. P. 157–172.
5. Patrick R., Amestoy, Timothy A. Davis, Iain S. Duff. An approximate minimum degree ordering algorithm // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 17(4):886–905, 1996.
6. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М. : Мир, 1984.
7. NVIDIA cuSolverRF [Electronic resource]. URL: http://docs.nvidia.com/cuda/cusolver.