К ПРОБЛЕМЕ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

А.И. Калинин

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь
kalininai@bsu.by

В классе r-мерных управляющих воздействий $u(t)$, $t \in [t_*, t^*]$, с кусочно непрерывными компонентами рассматривается следующая задача оптимального управления:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(t_*) = x_*, \tag{1}$$

$$Hx(t^*) = g, \quad J(u) = \frac{1}{2}\int_{t_*}^{t^*} u'P(t)u\,dt \to \min, \tag{2}$$

где t_*, t^* — заданные моменты времени ($t_* < t^*$), x — n-вектор, g — m-вектор ($m \leqslant n$). Остальные элементы задачи имеют соответствующие размеры, при этом среди терминальных ограничений нет «лишних», т. е. $\operatorname{rank} H = m$. Элементы матриц, формирующих задачу, являются кусочно непрерывными функциями, при этом $P(t)$ — положительно-определенная симметрическая матрица для всех $t \in [t_*, t^*]$.

Предположение 1. *Динамическая система* (1) *является управляемой на отрезке* $[\tau, t^*]$ *относительно подпространства* $Hx = 0$ (см. [1]), *при любом* $\tau \in [t_*, t^*)$.

Заметим, что для стационарной динамической системы это предположение эквивалентно требованию $\operatorname{rank}(HB, HAB, \ldots, HA^{n-1}B) = m$.

Введем в рассмотрение $(m \times n)$-матричную функцию $Q(t)$ как решение начальной задачи $\dot{Q} = -QA(t)$, $Q(t^*) = H$. Предположение 1 гарантирует невырожденность $(m \times m)$-матрицы $C(t) = \int_t^{t^*} Q(\tau)B(\tau)P^{-1}(\tau)B'(\tau)Q'(\tau)\,d\tau$ для $t < t^*$.

Теорема. *При выполнении предположения* 1 *вектор-функция*

$$u(x,t) = P^{-1}(t)B'(t)Q'(t)C^{-1}(t)(g - Q(t)x)$$

является оптимальным управлением типа обратной связи в задаче (1), (2).

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М. *Качественная теория оптимальных процессов.* М., 1971.