

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕКОНСТРУИРОВАННОГО СРЕДНЕГО УХА ПРИ СТАПЕДОТОМИИ

С. М. БОСЯКОВ¹, И. Л. СЛАВАШЕВИЧ¹, К. С. ЮРКЕВИЧ¹, Г. И. МИХАСЕВ¹

¹Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Республика Беларусь

Выполнен конечно-элементный расчет собственных частот свободных колебаний реконструированной системы среднего уха. Модели молоточка, наковальни и стремени получены на основании томографических данных. Барабанная перепонка состоит из частей *pars tensa* и *pars flaccida*, имеющих различные модули упругости и толщину. Модальный анализ колебательной системы среднего уха в норме и среднего уха с протезом осуществлен при стандартном отрицательном давлении. Найдены значения собственных частот свободных колебаний среднего уха в норме и среднего уха с протезом для соответствующих форм колебаний. Приведены зависимости собственных частот свободных колебаний от номера главной формы для среднего уха в норме и среднего уха с протезом. Показано, что на низких частотах наблюдаются наиболее существенные перемещения стержня, а на высоких частотах стержень практически не перемещается, что объясняется преобладающими колебаниями тимпанальной мембраны среднего уха.

Ключевые слова: среднее ухо; реконструкция; стапедотомия; свободные колебания; собственная частота; конечно-элементная модель.

FINITE ELEMENT MODELING OF FREE OSCILLATIONS OF THE RECONSTRUCTED MIDDLE EAR UNDER STAPEDOTOMY

S. M. BOSIAKOV^a, I. L. SLAVASHEVICH^a, K. S. YURKEVICH^a, G. I. MIKHASEV^a

^aBelarusian State University, Nezavisimosti avenue, 4, 220030, Minsk, Republic of Belarus

In this paper was performed the finite element calculation of the natural frequencies of free oscillations of the reconstructed middle ear. Models of the malleus, incus and stape obtained on the basis of the tomographic data. The eardrum consists of parts *pars tensa* and *pars flaccida*, having different thickness and elastic modulus. Modal analysis of the oscillation system of the middle ear and normal middle ear prosthesis was performed with a standard negative pressure. The values of the natural frequencies of free vibrations of the normal middle ear and middle ear with prosthesis are found for the respective waveforms. Dependence of the natural frequencies of free oscillations from the number of the main form of the normal middle ear and the middle ear with prosthesis are given. It is shown that at lower frequencies observed the most significant movement of the prosthesis but at the high frequencies the prosthesis hardly moves, due to prevailing oscillations of the tympanic membrane of the middle ear.

Key words: middle ear; reconstruction; stapledotomy; free oscillations; eigenfrequency; finite element model.

Образец цитирования:

Босяков С. М., Славашевич И. Л., Юркевич К. С., Михасев Г. И. Конечно-элементное моделирование свободных колебаний реконструированного среднего уха при стапедотомии // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2016. № 1. С. 101–106.

For citation:

Bosiakov S. M., Slavashevich I. L., Yurkevich K. S., Mikhasev G. I. Finite element modeling of free oscillations of the reconstructed middle ear under stapledotomy. *Vestnik BGU. Ser. 1, Fiz. Mat. Inform.* 2016. No. 1. P. 101–106 (in Russ.).

Авторы:

Сергей Михайлович Босяков – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета.

Ирина Леонидовна Славашевич – ассистент кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета.

Кирилл Сергеевич Юркевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры био- и наномеханики механико-математического факультета.

Геннадий Иванович Михасев – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой био- и наномеханики механико-математического факультета.

Authors:

Sergei Bosiakov, doctor of physics and mathematics; associate professor at the department of theoretic and applied mechanics, school of mechanics and mathematics.

bosiakov@bsu.by

Irina Slavashevich, assistant at the department of general mathematics and informatics, school of mechanics and mathematics.

slavashevichi@yandex.ru

Kirill Yurkevich, doctor of physics and mathematics; associate professor at the department of bio- and nanomechanics, school of mechanics and mathematics.

kirill.bsu@gmail.com

Gennagy Mikhasev, doctor habilitatus of physics and mathematics, full professor; head of the department of bio- and nanomechanics, school of mechanics and mathematics.

mikhasev@bsu.by

Ограничение подвижности звукопроводящей цепи слуховых косточек при отосклеротическом анкилозе может привести к частичной или полной фиксации одной из косточек, и в частности стремени. Для лечения таких патологических заболеваний в клинической практике часто прибегают к стапедотомии, которая предполагает фенестрацию овального окна, заключающуюся в высверливании отверстия в подножной пластинке стремени, через которое вводится ствол протеза в улитку внутреннего уха [1].

Цель работы – построение динамической модели звукопроводящей системы реконструированного среднего уха при отсечении ножек стремени и перфорации его подножной пластины.

Геометрическая и конечно-элементная модели среднего уха

Трехмерная твердотельная модель тимпанальной мембраны (ТМ) получена в результате склеивания отдельных частей *pars tensa* и *pars flaccida*. Толщина области *pars flaccida* составляет 30 мкм. Задне-верхний квадрант *pars tensa* состоит из двух слоев, остальная область *pars tensa* барабанной перепонки – из трех. Толщина задневерхнего квадранта *pars tensa* составляет 60 мкм, остальной ее части – 90 мкм.

Твердотельные трехмерные модели молоточка, наковальни и стремени получены на основании томографических данных. Модели среднего уха с обозначением некоторых характерных размеров приведены на рис. 1.

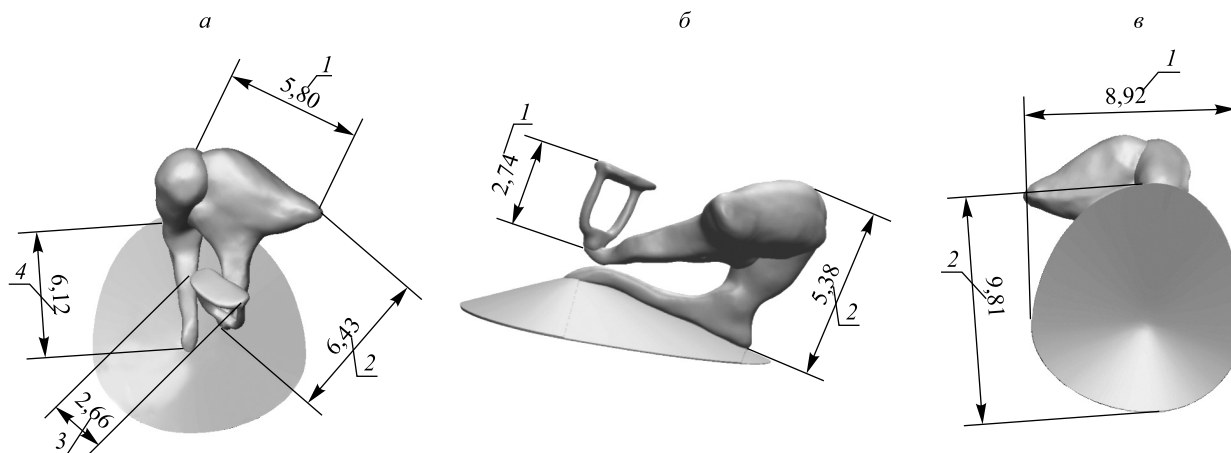


Рис. 1. Геометрическая модель среднего уха и ее характерные размеры, мм:

а – вид изнутри: 1 – длина тела наковальни с коротким отростком, 2 – расстояние между коротким и длинным отростками наковальни, 3 – длина основания стремени, 4 – длина рукоятки молоточка;
б – вид сбоку: 1 – высота стремени, 2 – высота молоточка; *в* – вид снаружи: 1 – ширина ТМ, 2 – высота ТМ

Конечно-элементная модель среднего уха представлена на рис. 2. При описании контактного взаимодействия между тимпанальной мембраной и рукояткой молоточка, а также между костями среднего уха полагалось, что контактирующие поверхности имели общие узлы, т. е. выполняется «склеивание» элементов модели.

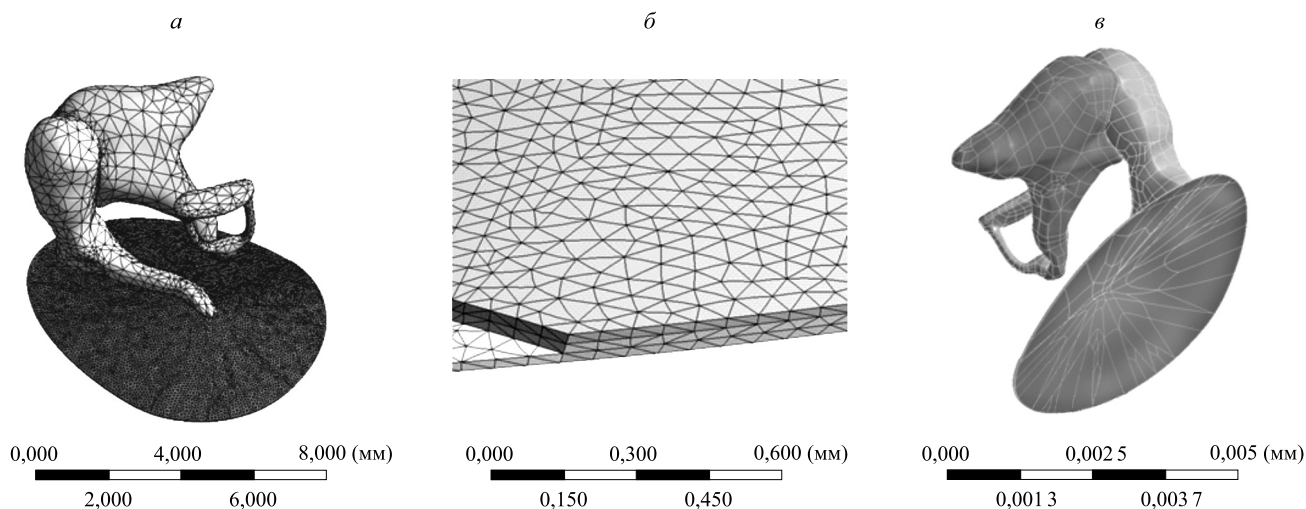


Рис. 2. Конечно-элементная модель среднего уха: *а* – дискретная модель среднего уха;

б – конечно-элементное разбиение слоев барабанной перепонки в области *pars tensa*; *в* – мембрана под нагрузкой

Конечно-элементное разбиение проводилось в полуавтоматическом режиме. Максимальный размер ребра конечного элемента барабанной перепонки составляет 0,1 мм. Количество узлов и элементов компонентов модели среднего уха приведено в табл. 1.

Таблица 1

Количество узлов и конечных элементов в модели среднего уха в норме

Компонент модели среднего уха	Количество узлов, шт.	Количество элементов, шт.
Тимпанальная мембрана	216 228	137 321
<i>Pars flaccida</i>	4078	1906
Молоточек	10 148	5820
Наковальня	4839	2683
Стремя	4086	2133

Поперечный размер ребра конечного элемента каждого слоя барабанной перепонки как для *pars tensa*, так и *pars flaccida* равен 30 мкм. В норме на тимпанальном кольце (ТК) рассматриваются условия упругой заделки [2]. В нашем случае исследуется вариант жесткой заделки, соответствующий окостенению области контакта ТМ и ТК. Отрицательное давление в барабанной полости моделировалось приложением статической, равномерно распределенной нормальной нагрузки на внешней стороне барабанной перепонки.

Модуль упругости молоточка, наковальни и стремени равен 13,7 ГПа, коэффициент Пуассона – 0,3. Это соответствует компактной костной ткани [3]. Модули упругости *pars tensa* и *pars flaccida* составляли 33 и 11 МПа соответственно, коэффициент Пуассона для этих двух областей равен 0,4 [4, 5]. Плотности костной ткани и тканей ТМ принимались равными 2000 [6] и 1200 кг/м³ [7] соответственно.

Твердотельная модель среднего уха после протезирования получена посредством отсечения ножек стремени и установки титанового стержня. Один конец стержня жестко закреплен на наковальне, второй может свободно перемещаться в отверстии, проделанном в основании стремени. Единственной степенью свободы для стержня является его возможное перемещение вдоль собственной продольной оси. Длина и диаметр стержня равны 3,0 и 0,2 мм соответственно, модуль упругости и коэффициент Пуассона титана – 96,0 и 0,36 ГПа соответственно, плотность титана – 4620 кг/м³. Конечно-элементное разбиение модели с протезом выполнено в том же режиме, что и для уха в норме. Минимальный размер ребра конечного элемента для стержня – 0,1 мм. На рис. 3 приведены твердотельная и дискретная модели среднего уха с протезом.

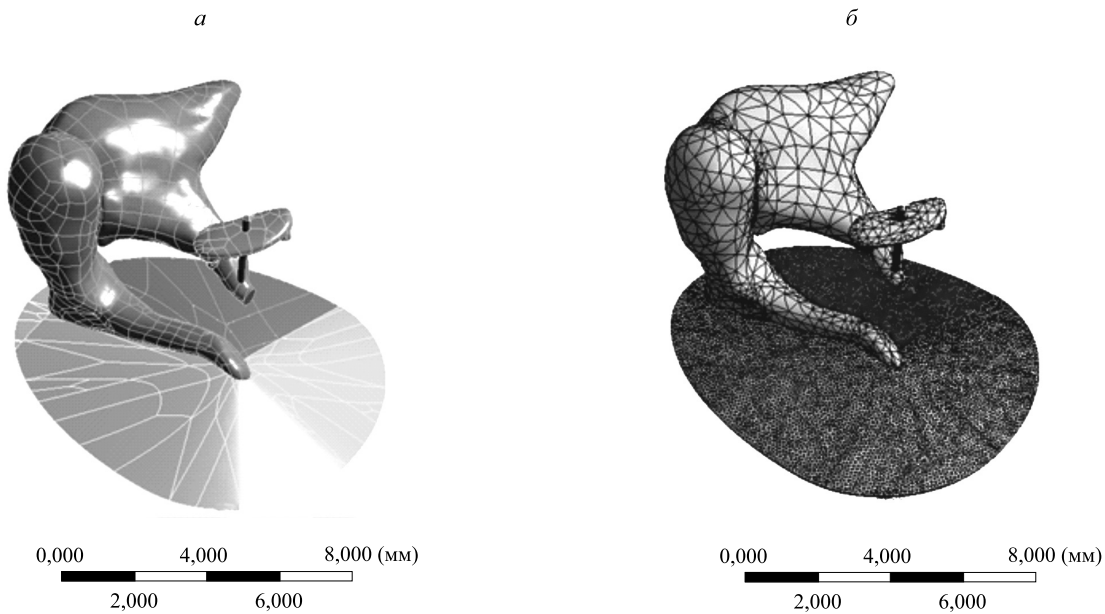


Рис. 3. Модели среднего уха с протезом:
а – твердотельная; б – дискретная

При расчете собственных частот свободных колебаний среднего уха с протезом ТМ и основание стремени жестко закреплены по контуру.

Собственные частоты среднего уха в норме

Модальный анализ колебательной системы среднего уха в норме и среднего уха с протезом выполнялся при звуковом давлении 20 Па, эквивалентном 120 дБ. Значения первых тридцати собственных частот свободных колебаний для среднего уха в норме и среднего уха с протезом для соответствующих форм колебаний приведены в табл. 2.

Таблица 2

Собственные частоты свободных колебаний модели среднего уха в норме и с протезом

Главная форма свободных колебаний	Собственная частота свободных колебаний среднего уха, Гц	
	Среднее ухо в норме	Среднее ухо с протезом
1	388,1	64,1
2	1036,8	134,6
3	1573,3	829,7
4	1650,6	1277,1
5	1900,6	1567,7
6	2257,5	1780,7
7	2336,6	1955,1
8	2418,6	2235,9
9	2549,5	2409,1
10	2625,0	2448,1
11	2721,8	2593,2
12	2931,3	2679,0
13	2952,2	2722,9
14	3071,3	2944,1
15	3162,2	3000,4
16	3430,8	3129,2
17	3556,4	3161,8
18	3678,7	3443,7
19	3833,5	3582,1
20	3865,7	3685,2
21	3935,8	3862,6
22	4111,7	3902,9
23	4248,4	3960,8
24	4300,1	4134,7
25	4394,6	4249,2
26	4517,4	4304,8
27	4809,0	4432,1
28	4836,9	4519,9
29	5018,9	4809,4
30	5045,8	4840,2

Зависимости собственных частот свободных колебаний от номера главной формы для среднего уха в норме и с протезом показаны на рис. 4.

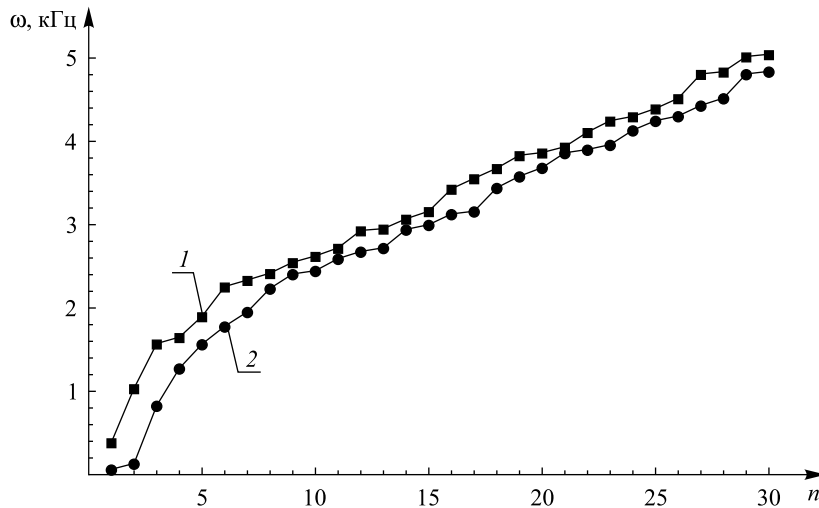


Рис. 4. Зависимости собственных частот свободных колебаний от номера (n) главной формы: 1 – среднее ухо в норме; 2 – среднее ухо с протезом

Данные табл. 2 и рис. 4 свидетельствуют о том, что наиболее существенные различия между значениями частот свободных колебаний наблюдаются для 1–7-й главных форм. Так, частота свободных колебаний среднего уха с протезом для второй главной формы в 7,7 раза меньше соответствующей частоты свободных колебаний среднего уха в норме. Для высоких частот свободных колебаний различия между ними не так существенны. Все частоты свободных колебаний среднего уха с протезом меньше соответствующих частот среднего уха в норме. Отметим также, что диапазон частот среднего уха в норме соответствует диапазону частот, рассчитанному на основании конечно-элементной модели среднего уха из работы [7].

Наиболее существенные перемещения стержня протеза в главных формах колебаний наблюдаются на низших частотах, что можно объяснить значительными перемещениями костей среднего уха. На рис. 5 представлены первая и шестая формы колебаний среднего уха с протезом, для которых наблюдаются наиболее существенные перемещения стержня.

На высоких частотах стержень практически не перемещается, что можно объяснить преобладающими колебаниями тимпанальной мембраны среднего уха.

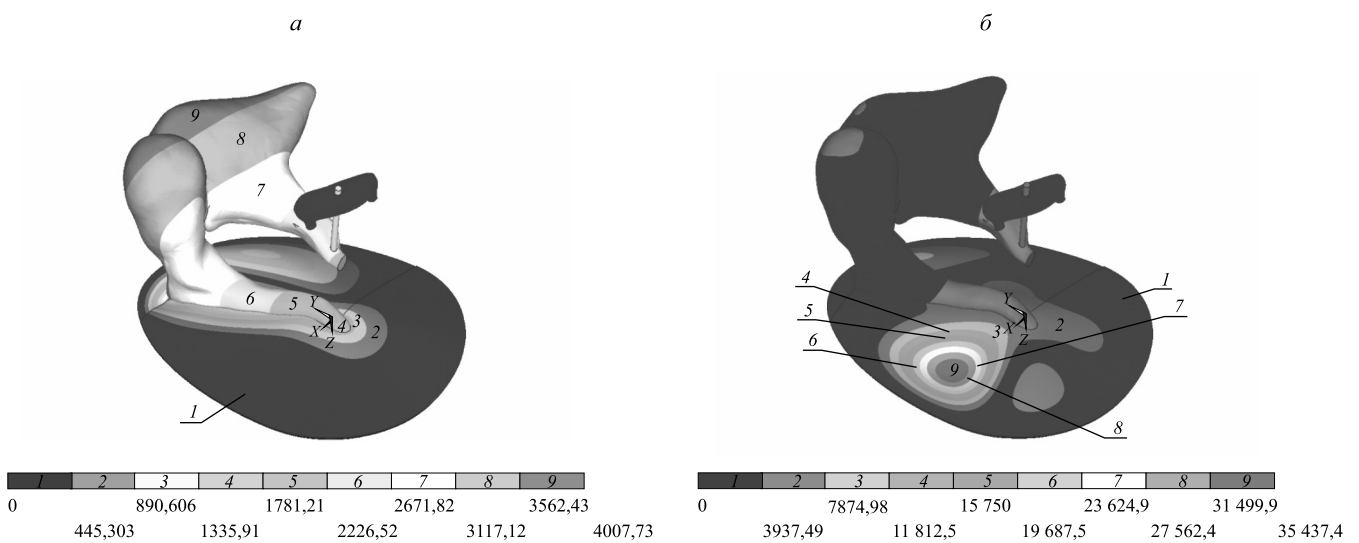


Рис. 5. Главные формы свободных колебаний среднего уха с протезом: а – первая; б – шестая

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК (*REFERENCES*)

1. *Hüttenbrink K.-B.* Mechanical aspects of middle ear reconstruction // *Middle Ear Mechanics in Research and Otosurgery*. Dresden, 1997. P. 165–168.
2. *Neumann A., Jahnke K.* Die Trommelfell rekonstruktion mit Knorpel: Indikationea Techniken und Ergebnisse // *HNO*. 2005. Vol. 53. P. 573–586 [Neumann A., Jahnke K. Die Trommelfell rekonstruktion mit Knorpel: Indikationea Techniken und Ergebnisse. *HNO*. 2005. Vol. 53. P. 573–586 (in Engl.)].
3. *Tanne K., Nagataki T., Inoue Y., Sakuda M., Burstone C. J.* Patterns of initial tooth displacements associated with various root lengths and alveolar bone heights // *Am. J. Orthod. Dentofac. Orthop.* 1991. Vol. 100. P. 66–71 [Tanne K., Nagataki T., Inoue Y., Sakuda M., Burstone C. J. Patterns of initial tooth displacements associated with various root lengths and alveolar bone heights. *Am. J. Orthod. Dentofac. Orthop.* 1991. Vol. 100. P. 66–71 (in Engl.)].
4. *Wada H., Koike T., Kobayashi T.* Three-dimensional finite-element method (FEM) analysis of the human middle ear // *Middle Ear Mechanics in Research and Otosurgery*. Dresden, 1997. P. 76–81.
5. *Kirikae J.* The middle ear. Tokyo, 1960.
6. *Spruijt S.* Prediction of torsional failure in 22 cadaver femora with and without simulated subtrochanteric metastatic defects // *Acta Orthop*. 2006. Vol. 77, № 3. P. 474–481 [Spruijt S. Prediction of torsional failure in 22 cadaver femora with and without simulated subtrochanteric metastatic defects. *Acta Orthop*. 2006. Vol. 77, No. 3. P. 474–481 (in Engl.)].
7. *Mikhasev G. I., Slavashevich I., Yurkevich K.* Prediction of Eigenfrequencies of the Middle Ear Oscillating System After Tympanoplasty and Stapedotomy // *Shell and Membrane Theories in Mechanics and Biology: from Macro- to Nanoscale Structures*. Ser. *Advanced Structured Materials*. 2015. Vol. 45. P. 243–265 [Mikhasev G. I., Slavashevich I., Yurkevich K. Prediction of Eigenfrequencies of the Middle Ear Oscillating System After Tympanoplasty and Stapedotomy. *Shell and Membrane Theories in Mechanics and Biology: from Macro- to Nanoscale Structures*. Ser. *Advanced Structured Materials*. 2015. Vol. 45. P. 243–265 (in Engl.)].

Статья поступила в редколлегию 07.09.2015.
Received by editorial board 07.09.2015.