Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

_____________ А.Л. Толстик
«_31_»_____07_______2015 г.

Регистрационный № УД-_____0_/уч.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2015г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы по дисциплине «Математический анализ», утвержденной 20.10.2014, регистрационный № ТД-G.490/тип. и учебного плана, утвержденного 30.05.2013, регистрационный № G31-137/уч. по специальности 1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ.

СОСТАВИТЕЛИ:

Вениамин Григорьевич Кротов – заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Игорь Леонидович Васильев – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Мариан Эдуардович Толочко – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций
(протокол № _11___ от __06.05.2015)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № __6__ от _29.06.2015)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математический анализ» является базовой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление». При изучении математического анализа студенты знакомятся с основами дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных. Основные понятия дифференциального и интегрального исчисления являются базовыми для освоения указанных выше математических дисциплин.

Элементы теории предела и дифференциального исчисления используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». Базовые конструкции интегрального исчисления используются при решении интегральных уравнений в рамках изучения дисциплины «Функциональный анализ», при создании вариационных принципов в задачах математической физики (дисциплина «Уравнения математической физики»), при изучении геометрии гладких поверхностей в рамках дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология», при построении необходимых и достаточных условий оптимальности в задачах оптимизации (дисциплина «Экстремальные задачи и вариационное исчисление»).

Основными методами изучения дисциплины «Математический анализ» являются освоение теоретических знаний на базе лекционного курса, а также самостоятельная проработка студентами теоретического материала. Контроль освоения теоретического материала проводится в форме экзаменов, коллоквиумов, компьютерного тестирования, самостоятельных работ и опросов на практических занятиях.

Методы привития студентам практических навыков использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, компьютерного тестирования, а также на контрольных работах и зачетах.

Цель дисциплины «Математический анализ»: создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Математический анализ»:

− формирование у студентов понятия числа;

– изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;

– изучение основ дифференциального исчисления, использование элементов дифференциального исчисления при решении экстремальных задач и других задач современной математики;

– использование основ интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;

– новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

– использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

– основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;

– методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;

– навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины «Математический анализ» студент должен обладать следующими компетенциями:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Иметь лингвистические навыки (устная и письменная коммуникация).

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;

ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;

ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;

ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их анализировать;

ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;

ПК-6. Передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления;

ПК-7. Публично представлять собственные и известные научные результаты.

ПК-8. Преподавать математические дисциплины и информатику в учреждениях образования;

ПК-9. Применять на практике изученные основы педагогического мастерства;

ПК-10. Распространять знания из области математики, информатики, их приложений среди различных слоев населения.

ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.

ПК-21. Оптимизировать управленческие решения.

ПК-23. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.

Учебная программа предназначена для студентов 1,2 курсов (1,2,3 семестры) очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 774 часа, в том числе аудиторных занятий – 424 часа, из них:

1 курс 1 семестр – лекционных – 72 часа, практические занятия – 64 часа, УСР – 8 часов. Форма отчетности – зачет, экзамен.

1 курс 2 семестр – лекционных – 68 часов, практические занятия – 62 часа, УСР – 6 часов. Форма отчетности – зачет, экзамен.

2 курс 3 семестр – лекционных – 72 часа, практические занятия – 64 часа, УСР – 8 часов. Форма отчетности – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Элементы математической логики и теории множеств

Высказывания, значение истинности высказывания. Операции над высказыва-ниями (конъюнкция, дизъюнкция, импликация, отрицание, эквивалент-ность). Высказывательные переменные. Формулы алгебры высказываний. Основ-ные тавтологии (двойное отрицание, коммутативность и ассоциативность сложения и умножения, дистрибутив-ность, правила де Моргана,...). Одномест-ные предикаты. Кванторы общности и существования. Отрицание предикатов и кванторов.

Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность, дополнение). Двойственность операций объединения и пересечения. Декартово произведение множеств.

Бинарные отношения и их примеры. Понятие отображения (функции) и графика отображения. Область определения и область значений, образы и прообразы. Композиция отображений. Полный прообраз множества. Сужение функции. Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Отношение эквивалентности, рефлексивность, симметричность, транзитивность. Понятие о мощности множества.

Тема 2. Множество действительных чисел

Аксиоматика множества действительных чисел. Модели множества действитель-ных чисел, непротиворечивость, изомор-физм моделей. Важнейшие подмножест-ва.

Максимальный и минимальный элементы множества. Границы числовых множеств. Множества, ограниченные сверху и снизу. Точные верхняя и нижняя границы множества. Теорема Дедекинда.

Позиционные системы счисления. Алгоритм определения q-ичных цифр числа.

Модель множества вещественных чисел.

Мощность множеств. Мощность пустого, конечного множества. Счетные множест-ва. Счетность множества рациональных чисел. Мощность континуума. Теорема Кантора о несчетности континуума.

Тема 3. Теория предела последователь-ности

Абсолютная величина числа и окрестности, свойства модуля. Числовые последовательности. Арифметические операции с последовательностями. Огра-ниченные последовательности. Опре-деление предела последовательности. Общие свойства предела (единствен-ность предела, ограниченность сходя-щейся последовательности). Предел и операции над последовательностями. Предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконеч-но малых последовательностей. Символы Харди и Ландау. Шкала бесконечно больших последовательностей. Различ-ные формы полноты множества вещест-венных чисел. Последовательности стягивающихся сегментов, лемма Кантора.

Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами. Предельная точка множества, лемма Больцано-Вейершт-расса. Последовательности Коши, крите-рий Коши сходимости последователь-ности.

Монотонные последовательности. Теоре-ма о сходимости монотонных последо-вательностей. Неравенство Бернулли, число Эйлера. Некоторые оценки для числа Эйлера.

Подпоследовательности и частичные пределы, лемма Больцано-Вейерштрасса для последовательностей. Верхний и нижний пределы ограниченной последо-вательности и их характеристические свойства. Монотонные перестановки ограниченной последовательности и их пределы.

Тема 4. Предел функции

Определение предела функции по Коши и его характеризация в терминах после-довательностей (предел функции по Гейне). Общие свойства предела функции (единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел). Арифметические операции над числовыми функциями. Предел и опера-ции над функциями. Предел функции и неравенства. Два замечательных предела.

Односторонние пределы. критерий существования предела в терминах односторонних пределов. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Несобственные (бесконечные) числа. Общее определение предела функции по базе. Символы Харди и Ландау для функций.Существование предела функции. Критерий Коши для предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 5. Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (локальная ограниченность, локальное сохранение знака). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерыв
ность композиции.

Непрерывность функции на множестве. Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении точных границ. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Биективность строго монотонной функции. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции. Критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Элементарные функции. Степени, степенная, экспоненциальная и логарифмическая функции и их свойства (непрерывность и монотонность). Еще три замечательных предела.

Тема 6. Дифференцируемые функции

Определение производной. Примеры естественнонаучных задач, приводящих к понятию производной. Дифференцируемость и ее связь с существованием производной. Дифференциал, приближенные вычисления с использованием дифференциала.

Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Полином Тейлора.

Экстремумы функции. Лемма Ферма (необходимое условие экстремума). Основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).

Формула Тейлора. Различные формы остатка формулы Тейлора (Пеано, Лагранжа, Коши).

Пять основных разложений элементарных функций. Понятие о сходимости числовых рядов. Сходимость разложений Тейлора элементарных функций.

Исследование функций с помощью производной. Монотонность и знак производной. Первое и второе достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Выпуклые функции. Различные формы условия выпуклости. Свойства выпуклых функций (существование односторонних производных, дифференцируемость всюду, кроме счетного множества, непрерывность).

Условия выпуклости в терминах первой и второй производной. Точки перегиба. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения: неравенства Юнга, Гельдера и Минковского.

Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения эскиза графика.

Тема 7. Неопределенный интеграл

Первообразная функции. Описание класса всех первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Обобщенные первообразная и неопределенный интеграл.

Основные методы интегрирования (интегрирование по частям и замена переменной).

Интегрирование рациональных функций.

Метод Остроградского. Интегрирование рациональных тригонометрических функций.

Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.

Тема 8. Определенный интеграл Римана

Примеры естественнонаучных задач, приводящих к понятию интеграла Римана. Определение интеграла Римана: разбиение отрезка, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.

Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, монотонные).

Интеграл по ориентированному промежутку. Свойства определенного интеграла: интегрируемость линейных комбинаций, линейность, аддитивность по области, монотонность. Неравенства для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Теоремы о среднем значении, формулы Бонне.

Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной функции и обобщенной первообразной у кусочно непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов - интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Приложения определенного интеграла. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.

Несобственные интегралы. Особенности функции, определение интеграла от функции с особенностью. Свойства несобственного интеграла: совпадение с интегралом Римана для интегрируемых функций, линейность, аддитивность и монотонность. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Случай нескольких особенностей. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Тема 9. Метрические пространства

Метрика, шары, открытые множества, подпространство. Внутренняя точка множества и его внутренность. Предельная и изолированная точка множества. Замкнутые множества. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Замыкание множества. Граница множества, критерий открытости и замкнутости в терминах границы. Компактные и связные множества. Замкнутые подмножества компакта.

Сходящиеся последовательности в метрическом пространстве, предел функции в топологическом пространстве. Отделимость и единственность предела. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Норма, линейное нормированное пространство, полнота. Метрика в линейном нормированном пространстве. d-мерное евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества (сегмент, интервал). Критерий компактности (теорема Гейне-Бореля).

Непрерывные функции на топологических пространствах. Теорема о непрерывном образе компакта, теорема о непрерывном образе связного множества. Путь в топологическом пространстве, линейно связные множества. Выпуклое множество в векторном пространстве. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Тема 10. Дифференцируемые функции многих переменных

Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемые функции, производная как линейная форма на R^d. Свойства производной. Геометрическая интерпретация дифферен-цируемости. Формула Лагранжа.

Частные производные функции и их связь с производной. Достаточное условие дифференцируемости. Класс C^1 и его свойства. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.

Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о независимости непрерывной смешанной производной от последовательности дифференцирований. Классы C^k.

Мультииндексы. Полином Тейлора, различные формы записи, формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа. Интегральная форма остатка.

Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра (без доказательства). Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Тема 11. Дифференцируемые векторные функции

Векторные функции, компоненты векторной функции. Класс $L(R^n,R^m)$ линейных отображений R^n в R^m. Общий вид элементов $L(R^n,R^m)$. Норма в $L(R^n,R^m)$. Норма композиции линейных отображений. Дифференцируемые векторные функции, производная как элемент $L(R^n,R^m)$. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Гомеоморфизмы топологических пространств. Теорема Брауера о гомеоморфизмах между открытыми множествами разных размерностей (без доказательства).

Теорема об обратной функции. Сравнение с одномерным случаем.

Постановка задачи о неявной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

Тема 12. Числовые ряды

Основная терминология теории рядов. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами.

Критерий Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.

Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши с корнем. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши. Оценки остатков и частных сумм.

Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Ряды со скобками. Перестановки ряда, сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Тема 13. Функциональные последовательности и ряды

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.

Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема о перестановке предельных переходов.

Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

Функциональные свойства предела последовательности и суммы ряда: непрерывность, теорема Дини, дифференцируемость, интегрируемость.

Пространство непрерывных функций: векторная структура, норма, полнота. Теорема Вейерштрасса о плотности алгебраических полиномов в пространстве непрерывных функций. Пример Ван дер Вардена непрерывной нигде не дифференцируемой функции.

Тема 14. Ряды Фурье

Тригонометрическая система. Интегральные представления для сумм Фурье.Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье, его следствия.

Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации.

Условия сходимости ряда Фурье в точке. Теорема Дини

Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье Теорема Дирихле-Жордана. Средние Фейера и их равномерная сходимость.

Тема 15. Интегралы, зависящие от параметра

Элементарная теория интегралов от параметра. Свойства непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости.

Несобственные интегралы от параметра. Свойство непрерывности.

Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов от параметра.

Интеграл вероятностей. Гамма- и бета-функции Эйлера, их функциональные свойства и некоторые соотношения для них, связь между ними.

Формула Стирлинга

Тема 16. Мера Жордана R^d

Мера сегмента и ее свойства (монотонность, аддитивность, субаддитивность). Элементарные множества (фигуры), операции над ними. Дизъюнктное разложение фигуры. Мера фигуры, корректность ее определения, свойства меры фигуры (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Внутренняя и внешняя меры Жордана ограниченного множества и связь между ними. Измеримые множества, мера Жордана. Критерии измеримости (в терминах приближающих фигур и в терминах границы).

Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число пи, неизмеримое по Жордану множество.

Лемма о границе объединения, пересечения и разности. Операции над измеримыми множествами.

Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Тема 17. Интеграл Римана в R^d

Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану: разбиение множества, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.

Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с множеством точек разрыва жордановой меры нуль). Критерий Лебега интегри-руемости по Риману.

Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла: интегрируемость модуля, теорема о среднем. Интегрируемость произведения.

Мера декартова произведения измеримых множеств. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия: интегрируемость по сечениям, вычисление интегралов сведением к повторному, вычисление меры с помощью интеграла от меры сечения.

Преобразование меры при линейном отображении R^d. Лемма о внешней мере Жордана диффеоморфных образов малых кубов. Замена переменной в интеграле Римана. Примеры: полярные координаты в R^2, сферические и цилиндрические координаты в R^3, сферические координаты в R^d.

Тема 18. Криволинейные интегралы

Функции ограниченной вариации и их свойства, аддитивность и непрерывность вариации. Теорема Жордана.

Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства (линейность, аддитивность, формула интегрировании по частям). Классы существования интеграла Стилтьеса, оценка интеграла. Формулы для вычисления с помощью интеграла Римана.

Путь, след пути. Спрямляемый путь и его длина. Критерий Жордана спрямляемости. Гладкий путь и формула для вычисления длины гладкого пути. Интегралы первого и второго рода вдоль пути и формулы для их вычисления.

Жорданова кривая, ее параметризации, непрерывность отображения, обратного к параметризации. Описание класса параметризаций. Длина жордановой кривой и корректность ее определения. Натуральная параметризация и ее существование.

Криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемой жордановой кривой и корректность его определения, формулы для вычисления. Ориентация жордановой кривой, классы параметризаций, сохраняющих и меняющих ориентацию. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль ориентированной спрямляемой жордановой кривой.

Замкнутая жорданова кривая (контур). Длина контура и криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемого контура. Ориентация контура, классы параметризаций, сохраняющих и меняющих ориентацию. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль спрямляемого ориентированного контура.

Области, линейная связность областей. Первообразная функции на R^d. Необходимое условие существования первообразной. Теорема об эквивалентности существования первообразной и независимости криволинейного интеграла от пути. Нахождение первообразной с помощью криволинейного интеграла.

Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.

Тема 19. Поверхностные интегралы

Поверхность, параметрическая поверхность. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.

Площадь поверхности. Ориентация поверхности.

Поверхностные интегралы первого и второго рода.

Поверхность с краем. Формула Стокса.

Формула Гаусса-Остроградского.

Тема 20. Элементы векторного анализа

Векторное поле. Поток, дивергенция, ротор, циркуляция. Потенциальное поле.

Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского в теории поля.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1 семестр							
1	**Тема 1. Элементы математической логики и теории множеств**	**6**			**4**			
1.1	Высказывания, значение истинности высказывания. Операции над высказыва-ниями (конъюнкция, дизъюнкция, импликация, отрицание, эквивалент-ность). Высказывательные переменные. Формулы алгебры высказываний. Основ-ные тавтологии (двойное отрицание, коммутативность и ассоциативность сложения и умножения, дистрибутив-ность, правила де Моргана,...). Одномест-ные предикаты. Кванторы общности и существования. Отрицание предикатов и кванторов.	2						
1.2	Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность, дополнение). Двойственность операций объединения и пересечения. Декартово произведение множеств.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
1.3	Бинарные отношения и их примеры. Понятие отображения (функции) и графика отображения. Область определения и область значений, образы и прообразы. Композиция отображений. Полный прообраз множества. Сужение функции. Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Отношение эквивалентности, рефлексивность, сим-метричность, транзитивность. Понятие о мощности множества.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
2	**Тема 2. Множество действительных чисел**	**10**			**4**			

2.1	Аксиоматика множества действительных чисел. Модели множества действитель-ных чисел, непротиворечивость, изомор-физм моделей. Важнейшие подмножест-ва.	2						
2.2	Максимальный и минимальный элементы множества. Границы числовых множеств. Множества, ограниченные сверху и снизу. Точные верхняя и нижняя границы множества. Теорема Дедекинда.	2			4			Проверка индивидуальных заданий
2.3	Позиционные системы счисления. Алгоритм определения q-ичных цифр числа.	2						
2.4	Модель множества вещественных чисел.	2						
2.5	Мощность множеств. Мощность пустого, конечного множества. Счетные множест-ва. Счетность множества рациональных чисел. Мощность континуума. Теорема Кантора о несчетности континуума.	2						
3	**Тема 3. Теория предела последователь-ности**	**10**			**14**		**2**	Коллоквиум
3.1	Абсолютная величина числа и окрестности, свойства модуля. Числовые последовательности. Арифметические операции с последовательностями. Ограниченные последовательности. Определение предела последовательности. Общие свойства предела (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности). Предел и операции над последовательностями. Предельный переход в неравенствах.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
3.2	Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконеч-но малых последовательностей. Символы Харди и Ландау. Шкала бесконечно больших последовательностей. Различ-ные формы полноты множества вещественных чисел. Последовательности стягивающихся сегментов, лемма Кантора.	2			2			Проверка индивидуальных заданий

3.3	Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами. Предельная точка множества, лемма Больцано-Вейершт-расса. Последовательности Коши, крите-рий Коши сходимости последователь-ности.	2			2			Проверка индивиду альных заданий
3.4	Монотонные последовательности. Теоре-ма о сходимости монотонных последо-вательностей. Неравенство Бернулли, число Эйлера. Некоторые оценки для числа Эйлера.	2			6		2	Контроль ная работа
3.5	Подпоследовательности и частичные пределы, лемма Больцано-Вейерштрасса для последовательностей. Верхний и нижний пределы ограниченной последо-вательности и их характеристические свойства. Монотонные перестановки ограниченной последовательности и их пределы.	2			2			Проверка индивиду альных заданий
4	**Тема 4. Предел функции**	**4**			**12**		**2**	Проверка индивиду альных заданий
4.1	Определение предела функции по Коши и его характеризация в терминах после-довательностей (предел функции по Гейне). Общие свойства предела функции (единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел). Арифметические операции над числовыми функциями. Предел и опера-ции над функциями. Предел функции и неравенства. Два замечательных предела.	2			6			Контроль ная работа

4.2	Односторонние пределы. критерий существования предела в терминах односторонних пределов. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Несобственные (бесконечные) числа. Общее определение предела функции по базе. Символы Харди и Ландау для функций.Существование предела функции. Критерий Коши для предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.	2			6		2	
5	**Тема 5. Непрерывные функции**	**12**			**6**			
5.1	Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (локальная ограниченность, локальное сохранение знака). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерыв ность композиции.	2			2			Проверка индивиду альных заданий
5.2	Непрерывность функции на множестве. Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении точных границ. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.	4						Проверка индивиду альных заданий
5.3	Биективность строго монотонной функции. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции. Критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.	2						

5.4	Элементарные функции. Степени, степенная, экспоненциальная и логарифмическая функции и их свойства (непрерывность и монотонность). Еще три замечательных предела.	4			4			
6	**Тема 6. Дифференцируемые функции**	**20**			**14**		**2**	Коллоквиум
6.1	Определение производной. Примеры естественнонаучных задач, приводящих к понятию производной. Дифференцируемость и ее связь с существованием производной. Дифференциал, приближенные вычисления с использованием дифференциала.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
6.2	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Полином Тейлора.	2			2		2	Контрольная работа
6.3	Экстремумы функции. Лемма Ферма (необходимое условие экстремума). Основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).	2			2			Проверка индивидуальных заданий
6.4	Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя.	2			2			
6.5	Формула Тейлора. Различные формы остатка формулы Тейлора (Пеано, Лагранжа, Коши).	2			2			Проверка индивидуальных заданий
6.6	Пять основных разложений элементарных функций. Понятие о сходимости числовых рядов. Сходимость разложений Тейлора элементарных функций.	2						

6.7	Исследование функций с помощью производной. Монотонность и знак производной. Первое и второе достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
6.8	Выпуклые функции. Различные формы условия выпуклости. Свойства выпуклых функций (существование односторонних производных, дифференцируемость всюду, кроме счетного множества, непрерывность).	2						Проверка индивидуальных заданий
6.9	Условия выпуклости в терминах первой и второй производной. Точки перегиба. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения: неравенства Юнга, Гельдера и Минковского.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
6.10	Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения эскиза графика.	2						
7	**Тема 7. Неопределенный интеграл**	**10**			**10**		**2**	
7.1	Первообразная функции. Описание класса всех первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Обобщенные первообразная и неопределенный интеграл.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7.2	Основные методы интегрирования (интегрирование по частям и замена переменной).	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7.3	Интегрирование рациональных функций.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7.4	Метод Остроградского. Интегрирование рациональных тригонометрических функций.	2			2			Проверка индивидуальных заданий

7.5	Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.	2			2		2	Контрольная работа
	Всего по курсу	**72**			**64**		**8**	
	2 семестр							
8	**Тема 8. Определенный интеграл Римана**	**12**			**14**			
8.1	Примеры естественнонаучных задач, приводящих к понятию интеграла Римана. Определение интеграла Римана: разбиение отрезка, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.	2						
8.2	Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, монотонные).	2			2			Проверка индивидуальных заданий
8.3	Интеграл по ориентированному промежутку. Свойства определенного интеграла: интегрируемость линейных комбинаций, линейность, аддитивность по области, монотонность. Неравенства для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Теоремы о среднем значении, формулы Бонне.	2						

8.4	Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной функции и обобщенной первообразной у кусочно непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов - интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.	2			6			
8.5	Приложения определенного интеграла. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
8.6	Несобственные интегралы. Особенности функции, определение интеграла от функции с особенностью. Свойства несобственного интеграла: совпадение с интегралом Римана для интегрируемых функций, линейность, аддитивность и монотонность. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Случай нескольких особенностей. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.	2			4			
9	**Тема 9. Метрические пространства**	**8**			**4**			

9.1	Метрика, шары, открытые множества, подпространство. Внутренняя точка множества и его внутренность. Предельная и изолированная точка множества. Замкнутые множества. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Замыкание множества. Граница множества, критерий открытости и замкнутости в терминах границы. Компактные и связные множества. Замкнутые подмножества компакта.	2						
9.2	Сходящиеся последовательности в метрическом пространстве, предел функции в топологическом пространстве. Отделимость и единственность предела. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
9.3	Норма, линейное нормированное пространство, полнота. Метрика в линейном нормированном пространстве. d-мерное евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества (сегмент, интервал). Критерий компактности (теорема Гейне-Бореля).	2			2			Проверка индивидуальных заданий

9.4	Непрерывные функции на топологических пространствах. Теорема о непрерывном образе компакта, теорема о непрерывном образе связного множества. Путь в топологическом пространстве, линейно связные множества. Выпуклое множество в векторном пространстве. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.	2						
10	**Тема 10. Дифференцируемые функции многих переменных**	**12**			**10**			
10.1	Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемые функции, производная как линейная форма на R^d. Свойства производной. Геометрическая интерпретация дифферен-цируемости. Формула Лагранжа.	2						
10.2	Частные производные функции и их связь с производной. Достаточное условие дифференцируемости. Класс C^1 и его свойства. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.	4			2			Проверка индивидуальных заданий
10.3	Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о независимости непрерывной смешанной производной от последовательности дифференцирований. Классы C^k.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
10.4	Мультииндексы. Полином Тейлора, различные формы записи, формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа. Интегральная форма остатка.	2			2			Проверка индивидуальных заданий

10.5	Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра (без доказательства). Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.	2			4			
11	**Тема 11. Дифференцируемые векторные функции**	**10**			**10**		**2**	
11.1	Векторные функции, компоненты векторной функции. Класс L(R^n,R^m) линейных отображений R^n в R^m. Общий вид элементов L(R^n,R^m). Норма в L(R^n,R^m). Норма композиции линейных отображений. Дифференцируемые векторные функции, производная как элемент L(R^n,R^m). Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.	2			4			Проверка индивидуальных заданий
11.3	Гомеоморфизмы топологических пространств. Теорема Брауера о гомеоморфизмах между открытыми множествами разных размерностей (без доказательства).	2						
11.4	Теорема об обратной функции. Сравнение с одномерным случаем.	4			2			Проверка индивидуальных заданий
11.5	Постановка задачи о неявной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.	2			4		2	Контрольная работа
12	**Тема 12. Числовые ряды**	**12**			**12**		**2**	Коллоквиум

12.1	Основная терминология теории рядов. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами.	2						
12.2	Критерий Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
12.3	Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши с корнем. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши. Оценки остатков и частных сумм.	4			4			Проверка индивидуальных заданий
12.4	Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.	2			4		2	Контрольная работа
12.5	Ряды со скобками. Перестановки ряда, сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
13	**Тема 13. Функциональные последовательности и ряды**	**14**			**12**		**2**	Коллоквиум
13.1	Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.	4			2			Проверка индивидуальных заданий
13.2	Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема о перестановке предельных переходов.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
13.3	Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.	4			4		2	Контрольная работа

13.4	Функциональные свойства предела последовательности и суммы ряда: непрерывность, теорема Дини, дифференцируемость, интегрируемость.	2			4			Проверка индивидуальных заданий
13.5	Пространство непрерывных функций: векторная структура, норма, полнота. Теорема Вейерштрасса о плотности алгебраических полиномов в пространстве непрерывных функций. Пример Ван дер Вардена непрерывной нигде не дифференцируемой функции.	2						
	Всего по курсу	**68**			**62**		**6**	
	3 семестр							
14	**Тема 14. Ряды Фурье**	**10**			**12**			Коллоквиум
14.1	Тригонометрическая система. Интегральные представления для сумм Фурье.Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье, его следствия.	2			4			Проверка индивидуальных заданий
14.2	Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
14.3	Условия сходимости ряда Фурье в точке. Теорема Дини	2			2			Проверка индивидуальных заданий
14.4	Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье Теорема Дирихле-Жордана. Средние Фейера и их равномерная сходимость.	4			4			
15	**Тема 15. Интегралы, зависящие от параметра**	**12**			**8**		**2**	
15.1	Элементарная теория интегралов от параметра. Свойства непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости.	2			2			Проверка индивидуальных заданий

15.2	Несобственные интегралы от параметра. Свойство непрерывности.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
15.3	Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов от параметра.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
15.4	Интеграл вероятностей. Гамма- и бета-функции Эйлера, их функциональные свойства и некоторые соотношения для них, связь между ними.	4			2		2	Контрольная работа
15.5	Формула Стирлинга	2						
16	**Тема 16. Мера Жордана** R^d	**10**			**4**			
16.1	Мера сегмента и ее свойства (монотонность, аддитивность, субаддитивность). Элементарные множества (фигуры), операции над ними. Дизъюнктное разложение фигуры. Мера фигуры, корректность ее определения, свойства меры фигуры (монотонность, аддитивность, субаддитивность).	2						
16.2	Внутренняя и внешняя меры Жордана ограниченного множества и связь между ними. Измеримые множества, мера Жордана. Критерии измеримости (в терминах приближающих фигур и в терминах границы).	2			2			Проверка индивидуальных заданий
16.3	Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число пи, неизмеримое по Жордану множество.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
16.4	Лемма о границе объединения, пересечения и разности. Операции над измеримыми множествами.	2						
16.5	Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).	2						
17	**Тема 17. Интеграл Римана в** R^d	**12**			**12**		**2**	Коллоквиум

17.1	Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану: разбиение множества, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
17.2	Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с множеством точек разрыва жордановой меры нуль). Критерий Лебега интегри-руемости по Риману.	2						
17.3	Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла: интегрируемость модуля, теорема о среднем. Интегрируемость произведения.	2						
17.4	Мера декартова произведения измеримых множеств. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия: интегрируемость по сечениям, вычисление интегралов сведением к повторному, вычисление меры с помощью интеграла от меры сечения.	3			4		2	Проверка индивидуальных заданий Контрольная работа

17.5	Преобразование меры при линейном отображении R^d. Лемма о внешней мере Жордана диффеоморфных образов малых кубов. Замена переменной в интеграле Римана. Примеры: полярные координаты в R^2, сферические и цилиндрические координаты в R^3, сферические координаты в R^d.	3			6			Проверка индивидуальных заданий
18	**Тема 18. Криволинейные интегралы**	**14**			**12**		**2**	
18.1	Функции ограниченной вариации и их свойства, аддитивность и непрерывность вариации. Теорема Жордана.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
18.2	Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства (линейность, аддитивность, формула интегрировании по частям). Классы существования интеграла Стилтьеса, оценка интеграла. Формулы для вычисления с помощью интеграла Римана.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
18.3	Путь, след пути. Спрямляемый путь и его длина. Критерий Жордана спрямляемости. Гладкий путь и формула для вычисления длины гладкого пути. Интегралы первого и второго рода вдоль пути и формулы для их вычисления.	2			1		1	Контрольная работа

18.4	Жорданова кривая, ее параметризации, непрерывность отображения, обратного к параметризации. Описание класса параметризаций. Длина жордановой кривой и корректность ее определения. Натуральная параметризация и ее существование. Криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемой жордановой кривой и корректность его определения, формулы для вычисления. Ориентация жордановой кривой, классы параметризаций, сохраняющих и меняющих ориентацию. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль ориентированной спрямляемой жордановой кривой.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
18.5	Замкнутая жорданова кривая (контур). Длина контура и криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемого контура. Ориентация контура, классы параметризаций, сохраняющих и меняющих ориентацию. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль спрямляемого ориентированного контура.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
18.6	Области, линейная связность областей. Первообразная функции на R^d. Необходимое условие существования первообразной. Теорема об эквивалентности существования первообразной и независимости криволинейного интеграла от пути. Нахождение первообразной с помощью криволинейного интеграла.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
18.7	Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.	2			1		1	Контрольная работа

19	**Тема 19. Поверхностные интегралы**	**10**			**12**		**2**	
19.1	Поверхность, параметрическая поверхность. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
19.2	Площадь поверхности. Ориентация поверхности.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
19.3	Поверхностные интегралы первого и второго рода.	2			4			Проверка индивидуальных заданий
19.4	Поверхность с краем. Формула Стокса.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
19.5	Формула Гаусса-Остроградского.	2			2		2	Контрольная работа
20	**Тема 20. Элементы векторного анализа**	**4**			**4**			
20.1	Векторное поле. Поток, дивергенция, ротор, циркуляция. Потенциальное поле.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
20.2	Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского в теории поля.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**72**			**64**		**8**	
	Всего по курсу	**212**			**190**		**22**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Список литературы

Основная литература

1 Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.

2 В.А. Зорич. Математический анализ (2 тома). М.: Наука, 1981 и другие издания.

3 Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, Т. 1, 2. 1981 и другие издания.

4 С.М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990.

5 Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.

6 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.

7 Сборник задач по математическому анализу /Под ред. Л.Д. Кудрявцева, М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.

Дополнительная литература

8 Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука. 1969 и другие издания.

9 В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1979.

10 А.М. Тер-Крикоров, И.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.

11 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.

12 Г. Полиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.

13 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Теория функций комплексного переменного	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Кафедра нелинейного анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
на _____/_____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от ________ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

_______________________ ________________ __________________
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_______________________ ________________ ___________________
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)