

Белорусский государственный университет



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

А.Л. Толстик

Регистрационный № УД-378 /уч.

## КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-31 80 03 Математика

2015 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03–2012 г. и учебного плана G-31-029/уч. (30.05.2012).

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Эдмунд Иванович Зверович** – профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ**

Кафедрой теории функций  
(протокол № 11 от 06.05.2015)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета  
(протокол № 6 от 26.06.2015)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Предлагаемая дисциплина специализации посвящена современному изложению свойств интеграла типа Коши, основных линейных краевых задач теории аналитических функций (задачи Римана, Гильберта, Дирихле, Неймана). Кроме того, изучаются связи указанных краевых задач с теорией интегральных уравнений и теорией конформных отображений.

Дисциплина «Краевые задачи теории аналитических функций» связана в первую очередь с дисциплиной «Теория функций комплексного переменного».

Учебная программа предназначена для магистрантов механико-математического факультета.

Особое внимание уделяется методам решения краевых задач в замкнутой форме (в квадратурах). При этом существенно используются методы теории аналитических функций. Общим методом решения краевых задач является метод интегральных уравнений. Используя формулы Сохоцкого, краевые задачи сводятся к интегральным уравнениям, и для их анализа используется теория интегральных уравнений. Суть этой теории в том, что для искомых функций используются интегральные представления в форме интегралов типа Коши.

**Цель дисциплины:** повышение уровня профессиональной компетенции магистрантов в области приложений методов комплексного анализа.

**Образовательная цель:** изложение методов решения основных краевых задач теории аналитических функций и их применения.

**Развивающая цель:** формирование у магистрантов умений самостоятельно решать различные краевые задачи теории аналитических функций.

**Основные задачи,** решаемые в рамках изучения дисциплины:

- освоение различных свойств интеграла типа Коши, в частности методов их вычисления;
- освоение методов решения краевых задач Римана, Гильберта, Карлемана, Газемана и других;
- освоение методов исследования различных видов сингулярных интегральных уравнений с ядрами Коши и Гильберта;
- понимать связи между краевыми задачами и сингулярными интегральными уравнениями.

В результате изучения дисциплины магистрант должен:

**знать:**

- основные свойства интегралов типа Коши и Гильберта;
- доказательства основных свойств интегралов типа Коши и Гильберта;
- алгоритмы решений основных краевых задач;
- основные свойства сингулярных интегральных уравнений;

**владеть:**

- методами теории краевых задач;
- методами решения основных краевых задач теории аналитических функций.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 68 часов, в том числе 34 часа аудиторных занятий, 34 часа – самостоятельная работа. Рекомендуемая форма отчетности – зачет.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## **ТЕМА 1.**

Интеграл типа Коши и его свойства

Функции, удовлетворяющие условию Гёльдера. Главное значение особого интеграла.

Основная лемма. Формулы Сохоцкого и их приложения.

Формулы перестановки

## **ТЕМА 2.**

Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения

Постановка задачи и ее решения

Решение характеристического сингулярного уравнения

## **ТЕМА 3.**

Задачи Дирихле, Шварца и Неймана для односвязных областей

Решение задач Дирихле и Шварца

Решение задачи Неймана

## **ТЕМА 4.**

Краевая задача Гильберта для односвязной области

Постановка задачи и ее решение методом регуляризующего множества

Решение задачи для круга и полуплоскости. Сингулярное уравнение с ядром Гильберта.

## **ТЕМА 5.**

Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши

Основные понятия, обозначения и предварительные сведения. Теоремы Фредгольма.

Регуляризация сингулярных уравнений. Теоремы Нётера.

## **ТЕМА 6.**

Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей

Задача Газемана и ее решение. Метод конформного склеивания.

Задача типа задачи Газемана

Задача Карлемана и ее решение методом конформного склеивания

Задача типа задачи Карлемана

## **ТЕМА 7.**

Некоторые краевые задачи для многосвязных областей

Задача Гильберта для кругового кольца

Задача Дирихле и Шварца для многосвязной области

Задача Гильберта для многосвязной области



## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная литература:**

1. Ф.Д. Гахов. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977.
2. Э.И. Зверович. Краевые задачи теории аналитических функций (электронный учебник). – Минск, БГУ, 2014.

#### **Дополнительная литература:**

3. Н.И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1966.
4. Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. В 6 частях. – Минск, Высшая школа, 2008.