

**КОРОТКОВОЛНОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН  
В ИСКРИВЛЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ**

**А. К. Горбацевич, Е. Ю. Дедиц**

**ВВЕДЕНИЕ**

Геометрическая оптика – это раздел оптики, в котором изучаются законы распространения света на основе представлений о световых лучах. Под световым лучом при этом понимается линия, вдоль которой распространяется поток световой энергии. Понятие луча не противоречит действительности только в той мере, в какой можно пренебрегать дифракцией света на оптических неоднородностях, а это допустимо только тогда, когда длина световой волны много меньше размеров неоднородностей. Законы оптики, построенные на указанном предположении, позволяют создать упрощенную, но в большинстве случаев достаточно точную теорию оптических систем.

Приближение геометрической оптики с успехом применяется и для того, чтобы сделать некоторые выводы о законах распространения света в рамках общей теории относительности. Можно показать, что в искривленном пространстве-времени тоже можно ввести понятие «луча». Линиями, вдоль которых распространяется свет в искривленном пространстве-времени – лучами – будут являться изотропные геодезические. Этот факт может быть получен из анализа ковариантных уравнений Максвелла в предположении малости длины электромагнитной волны (напр. см. [1, 2]).

Цель настоящей работы – показать, что существует возможность применения приближения геометрической оптики и для изучения гравитационного излучения.

**КОРОТКОВОЛНОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ**

Будем рассматривать метрику следующего вида:

$$g_{ij} = og_{ij} + h_{ij} \tag{1}$$

Здесь  $og_{ij}$  – метрика, являющаяся решением уравнений Эйнштейна,  $h_{ij}$  – малое возмущение метрики. Как и в линеаризованной теории гравитационного излучения, предполагается, что  $|h_{ij}| = nog_{ij}$ . Поднятие и опускание индексов производится при помощи  $og_{ij}$ .

Непосредственный переход к приближению геометрической оптики заключается в том, что возмущение метрики  $og_{ij}$  предполагается имеющим вид:

$$h_{ij} = a_{ij}(x)e^{i\omega s(x)} \quad (2)$$

Здесь  $s(x)$  – неизвестная функция координат;  $\omega$  является большой величиной. Для того, чтобы убедиться в справедливости такого приближения, отметим, что современные исследования допускают существование широкого диапазона длин гравитационных волн. Целый ряд космологических процессов (например, падение маленькой черной дыры в поле очень массивной) должен приводить к генерации волн с длинами порядка сотен километров. Понятно, что по сравнению с характерными астрофизическими масштабами эта величина может считаться очень малой [3].

Из анализа свернутого тензора кривизны, вычисленного с использованием обсужденной метрики, получается соотношение

$$\begin{cases} s_{,r} s^{,r} * = 0 \\ a_{,ri} s^{,r} * = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Первая возможность приводит к тому, что вклад от возмущения метрики окажется равным нулю. Такой вариант не представляет никакого интереса.

Второй вариант приводит нас к следующей интерпретации полученного результата. Обозначая  $s^{,r} = dx^r/d\lambda \equiv k^r$ , где  $\lambda$  некий параметр, получаем возможность трактовать вектор  $k^r$  как нормальный к поверхностям, на которых  $s(x) = \text{const}$ . Таким образом  $k^r$  приобретает смысл волнового вектора. При этом (3.2) обозначает поперечность волны.

Нетрудно показать, что при таком рассмотрении вектор  $k^r$  оказывается удовлетворяющим уравнению:

$$\frac{dk^i}{d\lambda} + \Gamma^i_{mn} k^m k^n = 0 \quad (4)$$

Из приведенных рассуждений следует, что гравитационная волна должна при нашем рассмотрении распространяться вдоль изотропных геодезических.

Дальнейший анализ тензора кривизны приводит к соотношению

$$(Wk^j)_{;j} = 0 \quad (5)$$

Здесь была введена величина  $W = a^{ij} a_{ij}$ , которая представляет собой некий аналог энергии рассматриваемой гравитационной волны. Аналогия с энергией возможна из-за того, что  $W$  является фактически «квадратом амплитуды». Таким образом, выражение (5) выражает тот факт, что

энергия гравитационной волны в коротковолновом приближении оказывается величиной, сохраняющейся вдоль «луча».

Полученные общие результаты для законов распространения гравитационных волн могут быть легко применены к рассмотрению конкретной задачи, например, вычислению красного смещения в метрике Робертсона-Уолкера.

Рассмотрим красное смещение в метрике Робертсона-Уолкера. Используя опять метрику в виде

$$ds^2 = R^2(t) \left[ d\chi^2 + f^2(\chi) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] - c^2 dt^2. \quad (6)$$

Из анализа геодезических в указанной метрике можно получить отношение регистрируемой частоты гравитационной волны к частоте испущенной волны в виде:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{A_1 R(t_2) - \sqrt{\frac{A_1^2}{R(t_2)} + c^2}}{A_2 R(t_1) - \sqrt{\frac{A_2^2}{R(t_1)} + c^2}} \cdot \frac{R(t_1)}{R(t_2)} \quad (7)$$

Здесь  $A_1$  и  $A_2$  – константы, характеризующие скорости источника волны и детектора;  $t_1$  и  $t_2$  – моменты времени, когда волна испущена и детектирована соответственно.

Таким образом, в рамках приближения геометрической оптики частота гравитационного излучения в метрике Робертсона-Уолкера будет претерпевать обычное красное смещение. Если в последней формуле положить  $A_2 = A_1 = 0$  (это будет соответствовать тому факту, что и наблюдатель и источник свободно падают), то формула примет известный вид, который приводится во многих руководствах (напр. см. [2]):

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R(t_1)}{R(t_2)} \quad (8)$$

## ВЫВОД

Перечислим кратко основные результаты, полученные в работе.

Мы показали, что в рамках коротковолнового приближения гравитационные волны являются поперечными и распространяются вдоль изотропных геодезических. Возможно ввести понятие «луча», вдоль которого происходит распространение гравитационной волны. Конкретизируя вид метрики, можно рассчитать возможные траектории – «лучи» для волны (такowymi будут изотропные геодезические). Кроме того, удалось

показать, что в этом же приближении энергия гравитационной волны оказывается сохраняющейся.

Также рассмотрено красное смещение для коротковолнового излучения в метрике Робертсона-Уолкера и получены результаты, совпадающие с известными в литературе результатами для электромагнитных волн.

### Литература

1. *Вайнберг С.* Гравитация и космология. Принципы и приложения общей теории относительности. Издательство «Мир», Москва, 1975.
2. *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.*, Гравитация. Издательство «Мир», Москва, 1977.
3. *Ignazio Ciufolini, Vittorio Gorini, Ugo Moschella* Gravitational Waves, IOP Publishing Ltd. 2001

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ЭМИССИОННОЙ СПЕКТРОСКОПИИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕН ИНДУКЦИИ И РЕАКЦИИ В ПРОПАН - ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

А. Н. Деревяго

### ВВЕДЕНИЕ

Пропан является простейшим углеводородом, который может применяться в виде жидкого топлива. Общая энергия активации и задержки воспламенения пропана схожи с характеристиками авиационных керосинов, которые используются в авиационных и ракетных двигателях в качестве горючего. Кроме того, механизм окисления пропана во многом повторяет механизмы окисления тяжелых углеводородов. По этой причине он часто рассматривается как модельное топливо при численных и экспериментальных исследованиях процессов горения и детонации в двигательных устройствах. Однако в настоящее время, существует недостаток экспериментальных данных, касающихся горения и самовоспламенения смесей пропана и воздуха в широком диапазоне температур и давлений. Цель настоящей работы состояла в изучении этих процессов за отраженной ударной волной при высоких давлениях и температурах.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Схема экспериментальной установки и чертежи измерительных секций приведены на рис. 1,2. Ударная труба из нержавеющей стали, диаметром 76 мм и длиной 5,5 м применялась для проведения измерений задержки воспламенения и времени реакции за отраженной ударной волной (ОУВ). Опыты проводились в стехиометрической пропан-воздушной