

О БИКЛИКОВОМ РАЗБИЕНИИ ГРАФА

Лепин В. В., Дугинов О. И.

Институт математики, Минск, Беларусь, e-mail: lepin@im.bas-net.by

Исследуется задача о бикликовом разбиении графа. Рассматриваются неориентированные графы $G = (V, E)$ без петель и кратных ребер. Бикликой графа G называется полный двудольный подграф графа G . Множество S реберно-непересекающихся биклик графа G называется бикликовым разбиением графа G размера $|S|$, если каждое ребро графа G содержится ровно в одной биклике из S . Числом бикликового разбиения графа G , обозначается как $bp(G)$, называется наименьший размер бикликового разбиения графа G . Задача нахождения бикликового разбиения с наименьшим числом биклик даже C_4 -свободного графа является NP-трудной [1]. Эта задача применяется в области биоинформатики (при анализе HLA матриц реакций в серологии [2]) и при визуализации графов [3].

Теорема 1. Пусть $G = (V, E)$ – расщепляемый граф с биполярным разбиением (A, B) , где порожденный подграф $G(A)$ является полным графом. Если каждая вершина из A смежна хотя бы с одной вершиной из B , то $bp(G) = |A|$, иначе $bp(G) = |A| - 1$.

На основе теоремы 1 построен алгоритм для нахождения числа бикликового разбиения расщепляемого графа G с известным биполярным разбиением, имеющий временную сложность $O(|VG|^2)$.

Граф G , блоками которого являются полные графы, полные двудольные графы и циклы, называется *графом с особыми блоками*. Пример такого графа приведен на рис. 1.

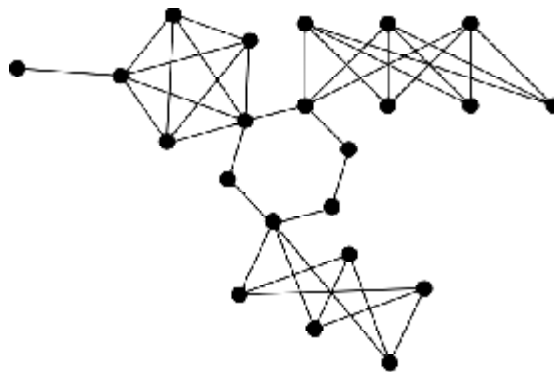


Рис. 1. Пример графа с особыми блоками.

Теорема 2. Существует алгоритм, который вычисляет число бикликового разбиения графа G с особыми блоками за время $O(|E(G)|)$.

Литература

1. Kratzke, T. Eigensharp graphs: decomposition into complete bipartite subgraphs / T. Kratzke, B. Reznick, D. West. // Transaction of the AMS. – 1988. – 637-653.
2. Nau, D. S. A mathematical analysis of human leukocyte antigen serology. / D. S. Nau et. al. // Math. Biosci. – 1978. – 243-270.
3. Dickerson, M. T. Confluent drawings: visualizing non-planar diagrams in a planar way: Proc. 11th Int. Symp. Graph Drawing, 2003 // LNCS. – 2003. – 1-12.