

Белорусский государственный университет

160  
Выдано

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе



А.Л. Толстик

2016 г.

Регистрационный № УД- 1775 /уч.

## **Механика сплошной среды**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности**

**1-31 03 08 Математика и информационные технологии**

2015 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 08-2013 (30.08.2013 г.) и учебного плана № G31-134/уч. (30.05.2013 г.) для специальности 1-31 03 01 08 Математика и информационные технологии.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Конон Павел Николаевич, доцент кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Михасев Геннадий Иванович, заведующий кафедрой био- и наномеханики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической и прикладной механики  
(протокол № 10 от 21.05.15г.)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 6 от 26.06.15г.)

 (Конон П. Н.)  
 (Михасев Г. И.)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

С развитием науки и техники узкоспециальные знания довольно быстро устаревают. Для решения возникающих принципиально новых актуальных задач научные работники и инженеры должны обладать помимо необходимой способности к доучиванию и переучиванию, хорошей подготовкой в области фундаментальных наук. Это требует постоянного всестороннего совершенствования вузовского образования.

Познание природы и решение многих актуальных технических задач требует построения новых моделей для глубокого и более детального описания механических и физических объектов, взаимодействий и явлений. Изучение студентами механики особенно полезно не только с точки зрения уже известных приложений, сколько в обозрении перспективных проблем, которые станут предметом исследований и применений в будущем. В связи с этим появляется необходимость преподавания в классических университетах курса механики сплошной среды как общей основы для развития термодинамики, гидродинамики, газовой динамики, теорий упругости, пластичности, ползучести и других разделов физики и механики. Общность и неразрывная связь перечисленных частей физики и механики предполагает рассмотрение их как единого целого в рамках данной дисциплины.

**Цель дисциплины:** изучение моделей, методов и способов решения задач всех разделов механики сплошной среды, усвоение основных понятий и законов механики сплошной среды; выработка навыков решения задач, что требует умения создавать математическую модель описанного в задаче процесса и решать соответствующие дифференциальные уравнения.

**Образовательная цель:** изучение основных законов и методов механики сплошной среды и их приложений к описанию конкретных природных и технических процессов.

**Развивающая цель:** научиться динамическому моделированию различных видов движения точек, механических систем и твердых тел.

Учебная программа курса «Механика сплошной среды» тесно связана с курсом «Теоретическая механика».

### **Основные задачи:**

- а) сформировать у студентов представление об основных задачах механики сплошной среды;
- б) выработать у студентов навыки решения типовых задач механики сплошной среды;
- в) сформировать у студентов навыки анализа результатов теоретических решений с целью прогнозирования поведения движущихся тел.

В результате изучения дисциплины «Механика сплошной среды» обучаемый студент должен:

**Знать:**

- главные исторические этапы развития механики деформируемого твердого тела, жидкости и газа;
- законы сохранения в механике;
- методы и способы решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных,
- теорию функций комплексного переменного;
- основы тензорного исчисления;
- основополагающие понятия, определения и теоремы по дисциплине;
- основные модели в теории упругости, пластичности, механике жидкости и газа;
- основы термодинамики;
- модели изотропных и анизотропных деформируемых твердых сред;
- модели идеальной сжимаемой и несжимаемой жидкости и совершенного газа;
- модели вязкой жидкости;
- модели линейного и нелинейного упругого тела, идеально-пластического тела;
- решения простейших задач теории упругости и механики жидкости и газа.

**Уметь:**

- выбирать модель и осуществлять постановку начально- краевых задач по дисциплине,
- осуществлять математическое решение задач по дисциплине;
- совершенствовать модели по дисциплине;
- разрабатывать аналитические, приближенные и численные методы задач механики деформируемого твердого тела, жидкости и газа;
- проводить анализ результатов.

**Владеть:**

- навыками постановки краевых и начально-краевых задач по дисциплине;
- основными аналитическими и численными методами решения задач в по дисциплине.

Учебная программа предназначена для студентов 3 курса (6 семестр) очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 142 часа, в том числе аудиторных занятий – 68 часов, из них: лекционных – 34 часа, практические занятия - 28 часов, УСП – 6 часов. Форма отчетности – зачет, экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошных сред**

Предмет механики сплошной среды. Область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Гипотеза сплошности, понятие о частице среды, ее плотности, скорости. Эйлерово и лагранжево описание движения. Переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера и обратно. Индивидуальная производная по времени.

Вектор перемещения. Тензор малых деформаций.

Главные оси, главные значения, инварианты тензора деформаций

Механический смысл компонент тензора деформаций. Уравнения совместности для компонент тензора малых деформаций

Тензор скоростей деформаций. Теорема Коши-Гельмгольца о распределении скоростей в малой окрестности точки сплошной среды. Вектор вихря. Циркуляция скорости, теорема Стокса. Потенциал скорости.

### **Тема 2. Фундаментальные законы механики сплошной среды и термодинамики**

Некоторые операции над интегралом и формулы векторного анализа. Формула Гаусса-Остроградского. Дифференцирование по времени интеграла по подвижному объему.

Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности

Закон сохранения количества движения. Силы, действующие на сплошную среду. Вектор напряжения, зависимость от ориентации площадки. Тензор напряжений. Уравнения движения сплошной среды.

Закон сохранения момента количества движения в классическом случае. Симметрия тензора напряжений

Идеальная несжимаемая жидкость. Полная система уравнений. Условие непроницаемости. Примеры движений идеальной несжимаемой жидкости (твердотельное вращение в цилиндрическом сосуде, плоско-параллельное потенциальное течение в окрестности критической точки).

Вязкая жидкость. Опыт Ньютона. Закон Навье-Стокса. Уравнения Навье-Стокса. Полная система уравнений несжимаемой линейно-вязкой жидкости. Условие прилипания. Слоистые течения и их примеры (течения Пуазейля и Куэтта и другие).

Упругая среда. Опыт Гука. Закон Гука. Полная система уравнений линейно-упругой среды. Типичные граничные условия.

Первый закон термодинамики. Энергия. Внутренняя энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье.

Второй закон термодинамики, его формулировка, содержащая понятие энтропии. Производство энтропии. Примеры.

Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах, следующие из законов сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии. Ударные волны, тангенциальные разрывы, контактные поверхности.

### **Тема 3. Классические модели сплошных сред**

Идеальная сжимаемая жидкость или газ. Полная система уравнений. Типичные граничные условия. Совершенный газ

Примеры движений идеального сжимаемого совершенного газа (звуковые волны, волны Римана).

Интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа.

Примеры применения интегралов Бернулли и Коши-Лагранжа (истечение жидкости из резервуара, потенциальные течения сжимаемого газа при наличии баротропии).

Теоремы о вихрях в идеальной жидкости.

Потенциальное движение однородной несжимаемой жидкости. Уравнение Лапласа для потенциала скорости. Граничные условия на поверхности твердого тела и на свободной поверхности жидкости.

Примеры плоских потенциальных движений однородной несжимаемой жидкости. Функция тока. Плоско-параллельное течение, обтекание угла, источник и сток, диполь, обтекание цилиндра.

Вязкая теплопроводная жидкость. Полная система уравнений. Граничные условия. Число Рейнольдса. Понятие о пограничном слое. Опыт Рейнольдса. Понятие об устойчивости течения и турбулентности.

Линейная термоупругая среда. Полная система уравнений. Типичные граничные условия.

Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях и в напряжениях. Теорема единственности задач линейной теории упругости. Принцип Сен-Венана.

Задача об одноосном растяжении упругого бруса. Неупругое поведение деформируемых твердых тел. Пластичность, ползучесть, релаксация.

### **Тема 4. Равновесие жидкостей и твердых деформируемых тел**

Уравнения гидростатики. Барометрическая формула. Давление на твердую поверхность

Закон Архимеда. Равновесие вращающейся несжимаемой жидкости.

Уравнения равновесия линейно-упругого тела. Бигармоническое уравнение для вектора перемещения

Задача Ламе. Определение перемещений, распределение напряжений в стенке трубы.

Задача о кручении стержня круглого поперечного сечения.

### **Тема 5. Применение методов теории функций комплексного переменного к решению задач механики сплошной среды**

Плоские потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Комплексная скорость, комплексный потенциал.

Примеры комплексного потенциала (точечный вихрь, диполь, обтекание кругового цилиндра с циркуляцией).

Формулы Чаплыгина для гидродинамических реакций. Формула Жуковского для подъемной силы. Парадокс Даламбера.

Поступательное движение цилиндра и шара в безграничной жидкости, присоединенная масса.

Плоские задачи теории упругости. Компоненты перемещений в плоской задаче

Уравнения Бельтрами-Мичелла. Условие на внешние массовые и поверхностные силы. Постановка плоских задач теории упругости.

Плоское деформированное и плоское напряженное состояния упругой среды.

Функция напряжений Эри. Бигармоническое уравнение и граничные условия для функции Эри.

Формула Гурса. Выражения компонент тензора напряжений и вектора перемещений через функции комплексного переменного. Граничные условия и классификация краевых задач для определения функций комплексного переменного

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	Лабораторные занятия	управляемая самостоятельная работа студента	
1	Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошных пород	2	4			
2	Фундаментальные законы механики сплошной среды и термодинамики	6	6		2	
3	Классические модели сплошных сред	10	8		2	Контр. работа
4	Равновесие жидкостей и твердых деформируемых тел	10	6		2	
5	Применение методов теории функций комплексного переменного к решению задач механики сплошной среды	6	4			
<b>Всего</b>		34	28		4	



**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**  
**Литература**

**Основная:**

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1972
2. Морозов Н.Ф. Лекции по избранным вопросам механики сплошных сред. – Л.: Изд-во ленингр. ун-та, 1975.
3. Лурье А.И. Теория упругости. - М.: Наука, 1980, 940 с.
4. Мусхелишвили Н.И., Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966, 634 с.
5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика.Т. 1,2. М.: Физматгиз, 1963.

**Дополнительная:**

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов - это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории необходимо контролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических и семинарских занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях нужно не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия целесообразно строить следующим образом: 1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены). 2. Беглый опрос. 3. Решение 1-2 типовых задач. 4. Самостоятельное решение задач. 5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

- входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;

- текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;
- промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;
- самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;
- итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;
- контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.

### **ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Для диагностики используются контрольные работы.

## Вариант контрольной работы по курсу «Механика сплошной среды»

1. Дать точку зрения Эйлера на движение СС.
2. Записать уравнение линий вихря.
3. Записать уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости и определить его физический смысл.
4. Записать формулу Коши и пояснить ее значение.
5. Выяснить физический смысл компонент тензора напряжений  $p_{yx}, p_{zz}$ .
6. Записать выражения компонент  $p_{yx}, p_{zz}$  тензора напряжений в декартовых координатах
7. Записать уравнения гидростатики в поле потенциальных сил.
8. Чему равно давление водяного столба на глубине  $10\text{ м}$ ?
9. Определить величину силы Архимеда, действующей на полностью окруженный водой металлический брус плотностью  $6000\text{ кг/м}^3$ , имеющий форму прямоугольного параллелепипеда размером  $1\text{ м}, 2\text{ м}, 3\text{ м}$ .
10. Дать понятие идеальной жидкости и для нее определить тензор напряжений.
11. Записать уравнения, определяющие модель идеальной несжимаемой жидкости.
12. Записать выражение интеграла Бернулли для совершенного газа вне поля массовых сил.
13. Определить скорость при установившемся истечении идеальной жидкости из закрытого сосуда высотой  $5\text{ м}$ , если внешнее давление над поверхностью воды равно  $0,9\text{ атм}$ .
14. Записать выражение интеграла Коши –Лагранжа для тяжелой несжимаемой жидкости и условия, при которых он получается.
15. Определить потенциал скорости.
16. Вывести уравнение, которому удовлетворяет функция тока при безвихревом плоском движении идеальной жидкости.
17. Исследовать комплексный потенциал  $w = \ln z$ .
18. Изобразить картину обтекания цилиндра радиуса  $10\text{ см}$  со скоростью  $1\text{ м/с}$  потоком идеальной жидкости с циркуляцией  $\Gamma = 0,5\text{ м}^2/\text{с}$ .
19. В чем отличие прогрессивных волн от стоячих при гравитационных колебаниях идеальной жидкости. Как происходят колебания в стоячих волнах в узлах?
20. Определить операторы  $\text{grad } \vec{f}, \text{div } \vec{v}$  в декартовых координатах.
21. Каковы граничные условия на поверхности тела, обтекаемого потоком идеальной жидкости?



ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  
(степень, звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_  
(степень, звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И.О.Фамилия)