дисвос

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе БГУ
_______________ А.Л. Толстик
(подпись) (И.О.Фамилия)
22.11.2017
(дата утверждения)
Регистрационный № УД-5650/уч.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ, НАПРАВЛЕНИЮ СПЕЦИАЛЬНОСТИ, СПЕЦИАЛИЗАЦИИ

Учебная программа учреждения высшего образования по государственному экзамену для специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности
1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность);
1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2017

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 (30.08.2013) и учебных планов (регистрационный № G31-138/уч.; 30.05.2013) для специальности 1-31 03 01 Математика, направления специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность); (регистрационный № G31-139/уч.; 30.05.2013) для специальности 1-31 03 01 Математика, направления специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность).

СОСТАВИТЕЛИ:

Д.Г. Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
В.В. Беняш-Кривец, зав. кафедрой высшей алгебра и защиты информации, доктор физ.-мат. наук, профессор;
А.Л. Гладков, зав. кафедрой математической кибернетики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
В.И. Громак, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, доктор физ.-мат. наук, профессор;
В.Г. Кротов, зав. кафедрой теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;
А.В. Лебедев, зав.кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
В.С. Романчик, заведующий кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
В.И. Янчевский, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, доктор физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси;
Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
(протокол № 2 от 26.10 2017 г.);

Советом механико-математического факультета
(протокол № 2 от 31.10 2017 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 2 от 15.11 2017 г.)

Ответственный за редакцию: В.Г. Кротов
Ответственный за выпуск: Н.Б. Яблонская

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На государственном экзамене по специальности студент должен

знать:

– определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;

– точные формулировки математических теорем;

– формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

– применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;

– проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

Члены Государственной экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

Вопросы, выделенные жирным шрифтом, излагаются с доказательствами.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Алгебра и теория чисел

Тема 1.1 Арифметика целых чисел

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

Тема 1.2 Поле комплексных чисел

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

Тема 1.3 Многочлены

Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу и следствия из нее. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Кратность корня многочлена.

Тема 1.4 Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц. Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

Тема 1.5 Определители

Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения квадратных матриц.

Тема 1.6 Системы линейных уравнений

Матричная запись линейной системы. Теорема Кронекера–Капелли. Методы Гаусса и Крамера. Однородные системы, условие существования нетривиального решения. Фундаментальная система решений.

Тема 1.7 Векторные пространства

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора.

Тема 1.8 Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция. Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Матрица композиции и суммы линейных операторов.

Тема 1.9 Билинейные и квадратичные формы

Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса, ранг формы. Квадратичная форма и ее матрица. Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

Тема 1.10 Евклидовы пространства

Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

РАЗДЕЛ II. Аналитическая геометрия

Тема 2.1 Векторы

Понятие вектора в пространстве $\mathbf{E}^3$. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2.2 Аффинная геометрия

Уравнения прямых на плоскости $\mathbf{E}^2$, прямых и плоскостей в пространстве $\mathbf{E}^3$. Понятие аффинного пространства $\mathbf{A}^n$, аффинные реперы в $\mathbf{A}^n$. k-мерные плоскости в $\mathbf{A}^n$, способы их задания, взаимное расположение двух плоскостей. Группы аффинных преобразований плоскости $\mathbf{E}^2$ и пространства $\mathbf{E}^3$, аффинная геометрия.

Тема 2.3 Евклидовы пространства

Понятие евклидова точечного пространства $\mathbf{E}^n$, ортогональность плоскостей в $\mathbf{E}^n$. Расстояние между двумя плоскостями. Группы движений плоскости $\mathbf{E}^2$ и пространства $\mathbf{E}^3$, евклидова геометрия.

Тема 2.4 Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры и конусы второго порядка в пространстве $\mathbf{E}^3$. Фигуры второго порядка в пространствах $\mathbf{A}^n$ и $\mathbf{E}^n$.

РАЗДЕЛ III. Дифференциальная геометрия и топология

Тема 3.1 Кривые

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.

Тема 3.2 Поверхности

Понятие поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Полная и средняя кривизна. Типы точек на поверхности.

Тема 3.3 Метрические и топологические пространства

Понятия метрического и топологического пространств. Замыкание, внутренность и граница множества в метрическом и топологическом пространствах. Полное метрическое пространство. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.

Тема 3.4 Компактность и связность

Понятие компактности. Критерии компактности метрического пространства. Связность. Понятие связной компоненты топологического пространства. Линейная связность.

РАЗДЕЛ IV. Математический анализ

Тема 4.1 Множества и функции.

Понятие множества, отношения включения и равенства множеств, операции над множествами. Отношения, отношение эквивалентности. Общее понятие функции, образы и прообразы элементов и множеств. Композиция, сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция. Мощность множества.

Тема 4.2 Числа и последовательности

Множество вещественных чисел, его важнейшие подмножества. Точные границы числовых множеств. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности, число Эйлера. Критерий Коши сходимости последовательности. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Тема 4.3 Функции одной переменной и ряды

Определение предела функции в точке. Пять замечательных пределов. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке (Вейерштрасса и Больцано-Коши). Понятие равномерной непрерывности, теорема Кантора. Определение производной и дифференциала функции одной переменой, таблица производных. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Лагранжа, Коши). Правила Лопиталя. Формула Тейлора с остатками Пеано и Лагранжа. Исследование функции с помощью производной (экстремумы, монотонность, выпуклость). Понятие первообразной и неопределенного интеграла, таблица интегралов. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Даламбера, Коши, Раабе, Гаусса). Признаки Дирихле и Абеля. Ряд Фурье, условия сходимости ряда Фурье (в точке и равномерной). Свойства суммы функционального ряда (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).

Тема 4.4 Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные, производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. Матрица Якоби. Теоремы о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 4.5 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина.

РАЗДЕЛ V. Теория функций комплексного переменного

Тема 5.1 Аналитические функции

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Тема 5.2 Степенные ряды и вычеты

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах.

РАЗДЕЛ VII. Функциональный анализ

Тема 7.1 Мера и интеграл Лебега

Кольца, алгебры, σ-алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ-аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 7.2 Метрические и нормированные пространства

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Сходимость функциональных последовательностей: точечная сходимость, сходимость почти всюду, равномерная сходимость. Отображения: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Тема 7.3 Линейные операторы

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Линейные интегральные операторы. Образ, ядро, график линейного оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

Тема 7.4 Гильбертовы пространства

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Базис в нормированном векторном пространстве, в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве.

Тема 7.5 Сопряженное пространство

Линейный ограниченный функционал. Пространство, сопряженное к нормированному векторному пространству. Сопряженный оператор к линейному ограниченному оператору.

Тема 7.6 Компактные операторы

Предкомпактные, компактные множества в метрическом пространстве. Компактные операторы.

РАЗДЕЛ VIII. Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 8.1 Вероятность

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Алгебра и σ-алгебра событий. Вероятностное пространство, вероятность. Классическое, конечное, дискретное, геометрическое вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий. Схема Бернулли.

Тема 8.2 Случайные величины и независимость

Случайная величина, ее функция распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения, плотность вероятности. σ-алгебра, порожденная случайной величиной. Распределение вероятностей, независимость случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции.

Характеристическая функция случайной величины.

Тема 8.3 Последовательности случайных величин

Центральная предельная теорема, закон больших чисел, усиленный закон больших чисел. Понятие о случайном процессе, пуассоновский случайный процесс, случайный процесс броуновского движения.

Тема 8.4 Математическая статистика

Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, оптимальность, эффективность статистической оценки. Достаточная статистика, статистическая гипотеза, параметрическая гипотеза, линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

РАЗДЕЛ IX. Дифференциальные уравнения

Тема 9.1 Основные понятия

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 9.2 Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 9.3 Системы и уравнения n–го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n-го порядка.

Тема 9.4 Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

РАЗДЕЛ X. Уравнения математической физики

Тема 10.1 Уравнения в частных производных

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение теплопроводности. Гармонические функции. Задача Коши. Смешанные задачи.

РАЗДЕЛ XI. Исследование операций

Тема 11.1 Исследование операций

Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова цикла в графе. Теорема о разложении положительного потока.

РАЗДЕЛ XII. Экстремальные задачи и вариационное исчисление

Тема 12.1 Методы оптимизации

Экстремум, локальный экстремум, условный экстремум функции. Функция Лагранжа.

Тема 12.2 Вариационное исчисление

Вариационная задача. Производные в векторных пространствах: производная по направлению, вариация по Лагранжу.

Тема 12.3 Выпуклая оптимизация

Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые экстремальные задачи. Линейная задача, двойственная задача.

РАЗДЕЛ XIII. Методика преподавания математики[1]

Тема 13.1 Методика преподавания математики

Предмет и проблемы дидактики математики. Методы обучения математике. Методы решения математических задач. Понятия в математике, методика изучения математических понятий.

[1] Только для направления специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Алгебра и теория чисел

1. Теорема о делении с остатком для целых чисел. Алгоритм Евклида. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
2. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. **Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.** Формула Муавра.
3. .Матрицы и операции над ними. Виды матриц. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.
4. Определители, их основные свойства. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения матриц.
5. Системы линейных уравнений. **Теорема Кронекера-Капелли.** Методы Гаусса и Крамера. Системы однородных линейных уравнений.
6. Многочлены от одной переменной. Теорема о деление многочленов с остатком, теорема Безу. Корень многочлена, кратность корня, число корней многочлена. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов.
7. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность, координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому.
8. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и произведения линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора.
9. Билинейные и квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. **Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду**.
10. Нормальный вид квадратичной формы над полями вещественных и комплексных чисел. Закон инерции вещественной квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
11. Евклидовы пространства. Длина вектора. **Неравенство Коши-Буняковского.** Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

Аналитическая геометрия

1. Векторы в пространстве $\mathbf{E}^3$, скалярное, векторное и смешанное произведения.
2. Уравнения прямых на плоскости $\mathbf{E}^2$, прямых и плоскостей в пространстве $\mathbf{E}^3$.
3. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства.
4. **Классификация кривых второго порядка на плоскости $\mathbf{E}^2$.**
5. Понятие аффинного пространства $\mathbf{A}^n$, примеры. Плоскости в $\mathbf{A}^n$ и их уравнения.
6. Аффинная оболочка множества точек. Взаимное расположение двух плоскостей в аффинном пространстве $\mathbf{A}^n$.

7. Понятие евклидова точечного пространства $\mathbf{E}^n$. Ортогональность плоскостей в $\mathbf{E}^n$. **Расстояние от точки до плоскости.**

Дифференциальная геометрия и топология

1. Кривые на плоскости $\mathbf{E}^2$ и в пространстве $\mathbf{E}^3$, способы задания кривых. Натуральная параметризация кривой.
2. Кривизна и кручение кривой, их геометрический смысл. **Формулы Френе.**
3. Поверхности в $\mathbf{E}^3$ и способы их задания. Касательная плоскость и нормаль в точке поверхности.
4. **Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью.**
5. Нормальная кривизна поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Полная (гауссова) кривизна. Теорема Гаусса.
6. Понятие топологического пространства. Способы задания топологий, сравнение топологий. Внутренность, замыкание, граница множества в топологическом пространстве.
7. Непрерывные отображения топологических пространств и их свойства. **Критерии непрерывности.** Гомеоморфизм.
8. Компактные и связные топологические пространства. Критерии компактности метрического пространства.

Математический анализ

1. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в R и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.
2. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.
3. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число Эйлера.
4. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в R, лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.
5. Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков. **Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.**
6. Предел функции в точке и непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях (две теоремы Больцано-Коши, две **теоремы Вейерштрасса**).
7. Производная и дифференцируемость, правила дифференцирования. Производная композиции, производная обратной функции.
8. Теоремы Ферма, Ролля, **Лагранжа (о конечных приращениях)**, Коши (об отношении приращений).
9. **Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.**
10. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано и Лагранжа.

11. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.

12. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.

13. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).

14. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**

15. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

16. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. **Лемма Римана-Лебега.** Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).

17. Дифференциаруемость и частные производные функции многих переменных, производная по направлению, градиент. Производные высших порядков, теорема Шварца о равенстве смешанных производных.

18. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.

19. Теоремы о неявной и обратной функциях, условия их дифференцируемости и формулы для производных.

20. Мера Жордана в R^n и ее свойства: монотонность, аддитивность, субаддитивность.

21. Интеграл Римана в R^n и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

22. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

Теория функций комплексного переменного

1. Производная от функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана.
2. Элементарные аналитические функции (экспоненциальная, логарифмическая, степенная, тригонометрические и гиперболические и обратные к ним).
3. Интегральная теорема Коши. **Интегральная формула Коши.**
4. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.
5. **Разложение аналитической функции в ряд Лорана.** Изолированные особые точки и их классификация.
6. Вычеты и формулы для их вычисления. Теорема Коши о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов.

Функциональный анализ

1. Общее понятие меры. Продолжение меры. Продолжение меры по Лебегу. Меры Лебега и Лебега-Стилтьеса на R.
2. Интеграл Лебега и его свойства.
3. Пространства со скалярным произведением, гильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.
4. Пространство $L_p(T,\mu)$, неравенство Гёльдера, Минковского, полнота.
5. **Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений)** и его применение к интегральным уравнениям.
6. Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Примеры.
7. **Теорема о замыкании образа линейного, непрерывного оператора.** Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Аксиоматика Колмогорова. Условные вероятности.
2. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции и их свойства.
3. **Критерии независимости случайных величин (дискретный, абсолютно непрерывный).**
4. **Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.**
5. Закон больших чисел.
6. Неравенство и теоремы Колмогорова.

Дифференциальные уравнения

1. **Критерий уравнения в полных дифференциалах.**
2. **Базис пространства решений линейного дифференциального уравнения n–го порядка.**
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Колебательный характер решений.
5. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. Схема её решения.
6. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
7. Понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Метод функций Ляпунова.

Уравнения математической физики

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
2. **Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.**
3. **Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**
4. Теоремы единственности решения задачи Коши и первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

5. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона.
6. Свойства гармонических функций.

Исследование операций

1. **Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.**
2. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова цикла в графе.
3. Теорема о разложении положительного потока.

Экстремальные задачи и вариационное исчисление

1. **Метод множителей Лагранжа.**
2. **Необходимое условие экстремума в классической вариационной задаче (уравнение Эйлера-Лагранжа).**
3. Теорема Куна-Такера.
4. Производные в векторных пространствах(производная по направлению, вариация по Лагранжу).
5. Условия оптимальности первого и второго порядков в задаче оптимизации с ограничениями-равенствами (задача условной оптимизации).
6. Теорема о существовании экстремума (т. Вейерштрасса).

Методика преподавания математики[2]

81. Предмет и проблемы дидактики математики. Методы обучения математике.

82. Методы решения математических задач. Понятия в математике, методика изучения математических понятий.

[2]Только для направления специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорич В.А. Математический анализ. - М., Наука, Т.1 - 1981, Т.2 - 1984.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М., Высшая школа, Т.1,2 - 1981 и др. издания.
4. Рудин У. Основы математического анализа. - М., Мир. - 1976.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
6. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. М., Мир, 1967.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
8. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Высшая школа, 1991.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1974.
10. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. Минск, БГУ, 2012.
11. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения.Учебник. Минск, БГУ, 2006.
12. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
13. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Наука, 1980.
14. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
15. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
16. 6. Лазакович Н.В., Стащулёнок С.П.Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
17. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач, 1989.
18. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 432 с.
19. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1978. - 352 с.
20. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.
21. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.

22.Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.
23.Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1987
24.Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1999.
25.Новік І.А. Практыкум па методыцы выкладання матэматыкі. Мн.,: Адукацыя і выхаванне, 1997. – 244 с.