УДК 517.977

В. И. БУЛАТОВ

К УПРАВЛЯЕМОСТИ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рассмотрим стационарную систему

$$A_0\dot{x}(t)=A_1x(t-h)+Bu(t), \tag{1}$$

где x — n-вектор траектории; u — r-вектор управления; A_0, A_1,B — матрицы соответствующих размеров; $h>0$ — вещественное число. Система (1) является частным случаем систем с запаздыванием [1], не разрешенных относительно производной.

Целью данной работы является изучение связи между полной управляемостью системы (1) и управляемостью линейной системы

$$A_0\dot{x}(t)=A_1x(t)+Bu(t). \tag{2}$$

Управляемость систем (1) и (2) подразумевается в смысле работ [1, 2].

Имеет место следующая

Теорема. Система (1) полностью управляема тогда и только тогда, когда управляема система (2).

Отметим основные этапы в доказательстве этой теоремы. Из [1] следует, что для полной управляемости системы (1) необходимо и достаточно:

$$\begin{cases} \operatorname{rank}[A_0;\ B] = \operatorname{rank}[A_0;\ A_1;\ B], \\ \operatorname*{rank}_{\forall\lambda}[\lambda A_0 - A_1 e^{-\lambda h};\ B] = \operatorname{rank}[A_0;\ A_1;\ B]. \end{cases} \tag{3}$$

Легко видеть [3], что второе условие из (3) эквивалентно соотношению

$$\operatorname*{rank}_{\forall\lambda}[\lambda e^{\lambda h} A_0 - A_1;\ B] = \operatorname{rank}[A_0;\ A_1;\ B].$$

Отсюда в силу того [4], что для любого комплексного числа μ уравнение $\lambda e^{\lambda h}=\mu$ всегда разрешимо относительно λ, получаем, что условия (3) равносильны равенствам:

$$\begin{cases} \operatorname{rank}[A_0;\ B] = \operatorname{rank}[A_0;\ A_1;\ B], \\ \operatorname*{rank}_{\forall\mu}[\mu A_0 - A_1;\ B] = \operatorname{rank}[A_0;\ A_1;\ B], \end{cases}$$

являющимся [1, 2] критерием управляемости системы (2).

Следствие. Для полной управляемости системы (1) необходима и достаточна полная управляемость системы

$$A_1\dot{x}(t)=A_0x(t-h)+Bu(t). \tag{4}$$

Действительно, из [2] следует, что система (2) управляема тогда и только тогда, когда управляема симметричная ей система

$$A_1\dot{x}(t)=A_0x(t)+Bu(t). \tag{5}$$

Отсюда в силу полученной выше теоремы заключаем, что, во-первых, полная управляемость системы (1) эквивалентна управляемости системы (5) и, во-вторых, полная управляемость системы (4) равносильна управляемости системы (5). Значит, системы (1) и (4) одновременно либо полностью управляемы, либо не управляемы.

Замечание. Приведенные результаты позволяют, с одной стороны, свести изучение управляемости некоторых систем с запаздыванием, не разрешенных относительно производной, к изучению управляемости соответствующих систем, разрешенных относительно производной, и, с другой,— получить в ряде случаев параметрические критерии управляемости рассматриваемых систем. Например, в силу следствия получаем, что критерий полной управляемости n-мерной стационарной системы

$$A\dot{x}(t)=x(t-h)+Bu(t), \tag{6}$$

где A — $n\times n$-матрица, совпадает с критерием полной управляемости системы

$$\dot{x}(t)=Ax(t-h)+Bu(t). \qquad (7)$$

В свою очередь, из полученной выше теоремы следует, что полная управляемость системы (7) эквивалентна управляемости системы

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t),$$

параметрический критерий управляемости которой хорошо известен [5]:

$$\operatorname{rank}[B;\ AB;\ \ldots;\ A^{n-1}B]=n. \qquad (8)$$

Значит, условие (8) является параметрическим критерием управляемости как системы (7), так и системы (6).

Список литературы

1. Булатов В. И. // Управление многосвязными системами: V Всесоюз. совещ. Тбилиси, 1984 / М.: Ин-т проблем управления, 1984. С. 78.
2. Булатов В. И. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1. С. 63.
3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., 1967.
4. Маркушевич А. И. Целые функции. М., 1975.
5. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Качественная теория оптимальных процессов. М., 1977.

Поступила в редакцию 26.12.88.

УДК 517.988.8;517.983

Т. А. МАКАРЕВИЧ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ *К*-РАДИУС ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВАХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

В работах [1, 2] предложено новое обобщение принципа Банаха — Каччиополли сжимающих отображений на операторы в K-метрических пространствах, удовлетворяющих условию Липшица:

$$\rho(Ax_1, Ax_2)\leqslant Q\rho(x_1, x_2), \qquad (1)$$

с коэффициентом Q — линейным или нелинейным оператором, действующим в пространстве B значений K-метрики. Это обобщение основано на использовании нового понятия — спектрального K-радиуса $r(Q)$ оператора Q, также являющегося оператором в пространстве B и обладающего свойствами, аналогичными свойствам обычного числового спектрального радиуса. В частности, достаточным условием существования неподвижной точки удовлетворяющего условию Липшица (1) оператора A в секвенциально полном K-метрическом пространстве X будет неравенство $r(Q)u_0<1$ при подходящем $u_0\in B$, и, таким образом, применение новой теоремы о неподвижной точке требует умения вычислять или достаточно хорошо оценивать спектральный K-радиус конкретных операторов Q. Естественно, наиболее важен здесь случай, когда оператор Q линейный.

Соответствующие вычисления в [1, 2] с достаточной полнотой проведены лишь для случая, когда пространство B конечномерное. Настоящая работа посвящена более трудному случаю, когда B — некоторое пространство последовательностей. Наиболее естественное из таких пространств — пространство s всех последовательностей — ненормируемое и поэтому часто непригодно во многих приложениях. Это приводит к необходимости изучения спектрального K-радиуса в пространствах последовательностей, являющихся подпространствами s, которые с подходящей нормой, порождающей более сильную, чем в s, сходимость, оказываются банаховыми.

Наибольший интерес представляют простраства l_p $(1\leqslant p\leqslant\infty)$ и $c_0=l^0_\infty$. Именно они и рассматриваются в данной работе.

1. Ниже X — одно из пространств l_p или c_0, а Q — линейный оператор, заданный при помощи бесконечной матрицы с неотрицательными элементами q_{ij} $(i, j=1, 2, \ldots)$.