

$$H_r = \frac{\omega^r}{\omega} \cdot \frac{\epsilon_2 \eta - \epsilon_1 \eta^d + \gamma^2 \frac{\beta}{c} (\epsilon_2 - \epsilon_1) \text{Inv}}{\epsilon_1 \eta^d + \epsilon_2 \eta^r + \gamma^2 \frac{\beta}{c} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \text{Inv}} N a_0,$$

$$H_d = \frac{\omega^d}{\omega} \cdot \frac{\epsilon_2 (\eta - \eta^r) N a_0}{\epsilon_2 \eta^r + \epsilon_1 \eta^d + \gamma^2 \frac{\beta}{c} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \text{Inv}}.$$

Формулы (24), (25) полностью совпадают с соответствующими выражениями для амплитуд отраженной и прошедшей волн из работы [13].

Автор выражает благодарность Л. М. Барковскому за постановку задачи и сделанные замечания.

Список литературы

1. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. //Эйнштейновский сб. 1974. М., 1976.
2. Столяров С. Н. //Там же. 1975—1976. М., 1978.
3. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. //УФН. 1989. Т. 159. № 1. С. 155.
4. Kunz K. Z. //Journ. Appl. Phys. 1980. V. 51. № 2. P. 873.
5. Barkovskii L. M., Borzdov G. N., Lavrinenko A. V. //Journ. Phys. A. 1987. V. 20. № 5. P. 1095.
6. Барковский Л. М., Борздов Г. Н. //Опт. и спектр. 1975. Т. 39. № 1. С. 150.
7. Борздов Г. Н., Барковский Л. М., Лаврукович В. И. //Ж. прикл. спектр. 1976. Т. 25. № 3. С. 526.
8. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М. 1958. Т. 1.
9. Лавриненко А. В. //Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Мн., 1988.
10. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. Мн., 1976.
11. Сягло И. С. //Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1991. № 3. С. 14.
12. Шолох В. Ф. //Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1981. № 1. С. 123.
13. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. //Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4. № 6. С. 1171.

Поступила в редакцию 16.03.92.

УДК 534.231.2

И. В. СЕМЧЕНКО, А. П. СЕРДЮКОВ, С. А. ХАХОМОВ

ПРОХОЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ЧЕРЕЗ СЛОЙ СЕГНЕТОКЕРАМИКИ С НЕСТАЦИОНАРНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ, ИНДУЦИРОВАННОЙ ВРАЩАЮЩИМСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

В последнее время значительно возрос интерес к исследованию взаимодействия акустических волн с переменными электрическими полями в кристаллах [1—5]. В работе [1], например, акустоэлектромагнитные взаимодействия в сегнетоэлектрических резонаторах из танталата калия положены в основу возбуждения ультразвука. В статье [2] нелинейное электроакустическое взаимодействие в кристалле ниобата лития рассматривается как метод фазового сопряжения акустических волн. В работе [6] показана возможность формирования вращающейся акустической анизотропии в кристаллах с сильной деформационной зависимостью диэлектрической проницаемости под действием внешнего электрического поля. Рассмотрены эффекты преобразования частоты ультразвука, усиления и генерации обращенной акустической волны, возникновения электроакустической памяти кристалла, а также обосновываются преимущества использования пространственно-однородного вращающегося электрического поля. Подробное рассмотрение влияния вязкости среды на акустические свойства кристалла с вращающейся анизотропией проведено в работе [7]. В данной статье, без учета отражения ультразвука от границ кристалла, определены волновые числа и эллиптичности собственных акустических волн, интенсивности прошедшей и обращенной волн, исследованы гиротропные свойства кристалла с вращающейся анизотропией. Исследовано распространение акустических волн через слой кристалла с нестационарной анизотропией, индуцированной вращающимся электрическим полем, с учетом отражения ультразвука от границ слоя. Получены выражения для комплексных амплитуд обращенной, отраженной и прошедших акустических волн, при этом ультразвук, отраженный от границ слоя, считается слабым. Изучена зависимость интенсивностей обра-

щенной и прошедшей волн от толщины области с вращающейся анизотропией. Получены условия, определяющие толщины слоя с вращающейся анизотропией, при которых интенсивности этих волн принимают максимальные и минимальные значения.

Рассмотрим кристалл с сильной деформационной зависимостью диэлектрической проницаемости (например, центросимметричную сегнетокерамику на основе титаната бария), центральная область которого помещена во вращающееся электрическое поле. Такое поле может быть создано, например, путем подачи электрического потенциала со сдвигом фазы на систему параллельных металлических электродов, нанесенных на боковую поверхность сегнетокерамического цилиндра в центральной области [6]. Пусть на границу области, испытывающей воздействие вращающегося электрического поля, при $z = 0$ падает циркулярно-поляризованная акустическая волна

$$u_e = u_0^- n_- \exp [-i\omega_0 t + ik_0 z], \quad (1)$$

вектор упругого смещения которой имеет такое же направление вращения во времени, как и внешнее электрическое поле.

В результате взаимодействия распространяющегося в кристалле ультразвука с вращающимся электрическим полем может произойти усиление прошедшей волны на частоте ω_0 :

$$u_+ = u_+^- n_- \exp [-i\omega_0 t + ik_0 z] \quad (2)$$

и генерация обращенной волны на частоте $2\Omega - \omega_0$:

$$u_c = u_c^+ n_+ \exp [-i(\omega_0 - 2\Omega)t + ik_0^c z]. \quad (3)$$

Вследствие отражения ультразвука от границ слоя с вращающейся анизотропией могут возникнуть также отраженная волна на частоте ω_0 :

$$u_r = u_r^- n_- \exp [-i\omega_0 t - ik_0 z] \quad (4)$$

и прошедшая волна на частоте $2\Omega - \omega_0$:

$$u_{cr} = u_{cr}^+ n_+ \exp [-i(\omega_0 - 2\Omega)t - ik_0^c z]. \quad (5)$$

Представляя согласно [7] акустическое поле в слое с вращающейся анизотропией в виде суперпозиции четырех собственных мод с амплитудами A_m , из условий непрерывности векторов упругого смещения волн (1—5) и непрерывности компонент тензора напряжений σ на границах слоя [8] получаем систему из восьми уравнений:

$$\sum_{m=1}^4 A_m = u_r^- + u_0^-, \quad (6)$$

$$\sum_{m=1}^4 A_m \zeta_m^{-1} (\omega_0 - \Omega) = u_c^+,$$

$$\sum_{m=1}^4 A_m \exp [ik_m (\omega_0 - \Omega) L] = u_+^- \exp [ik_0 L],$$

$$\sum_{m=1}^4 A_m \zeta_m^{-1} (\omega_0 - \Omega) \exp [ik_m (\omega_0 - \Omega) L] = u_{cr}^+ \exp [-ik_0^c L],$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^4 \{ [i\bar{\Lambda} + \bar{B}\omega_0] + [i\delta + \kappa (\omega_0 - 2\Omega)] \zeta_m^{-1} (\omega_0 - \Omega) \} k_m (\omega_0 - \Omega) A_m = \\ = k_0 (ic_{55} + \eta_{55}\omega_0) (u_0^- - u_2^-), \end{aligned}$$

$$\sum_{m=1}^4 \{ [i\bar{\Lambda} + \bar{B}(\omega_0 - 2\Omega)] \zeta_m^{-1}(\omega_0 - \Omega) + [i\delta + \kappa\omega_0] \} k_m(\omega_0 - \Omega) A_m = \\ = k_0^c (ic_{55} + \eta_{55}(\omega_0 - 2\Omega)) u_c^+,$$

$$\sum_{m=1}^4 \{ [i\bar{\Lambda} + \bar{B}\omega_0] + [i\delta + \kappa(\omega_0 - 2\Omega)] \zeta_m^{-1}(\omega_0 - \Omega) \} k_m(\omega_0 - \Omega) A_m \times \\ \times \exp[ik_m(\omega_0 - \Omega)L] = k_0(ic_{55} + \eta_{55}\omega_0) u_c^- \exp[ik_0L],$$

$$\sum_{m=1}^4 \{ [i\bar{\Lambda} + \bar{B}(\omega_0 - 2\Omega)] \zeta_m^{-1}(\omega_0 - \Omega) + [i\delta + \kappa\omega_0] \} k_m(\omega_0 - \Omega) A_m \times \\ \times \exp[ik_m(\omega_0 - \Omega)L] = -k_0^c \text{Lic}_{55} + \eta_{55}(\omega_0 - 2\Omega) u_c^+ \exp[-ik_0^c L].$$

Здесь

$$k_0 = \omega_0 \left[\frac{\rho}{c_{55} - i\eta_{55}\omega_0} \right]^{\frac{1}{2}}, \\ k_0^c = (2\Omega - \omega_0) \left[\frac{\rho}{c_{55} - i\eta_{55}(2\Omega - \omega_0)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

волновые числа, зависящие от частот волн и невозмущенных параметров плотности ρ , упругости c_{55} и вязкости η_{55} слоев кристалла, граничащих при $z=0$ и $z=L$ со слоем, помещенным во вращающееся электрическое поле;

$$k_{1,2}(\omega) = -k_{4,3}(\omega) = \\ = \sqrt{\rho} \left[\frac{\Lambda_1' \omega_2^2 + \Lambda_2' \omega_1^2 \pm [(\Lambda_1' \omega_2^2 - \Lambda_2' \omega_1^2) + 4X_1 X_2 \omega_1^2 \omega_2^2]^{\frac{1}{2}}}{2(\Lambda_1' \Lambda_2' - X_1 X_2)} \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \zeta_{1,2}(\omega) = \zeta_{3,4}(\omega) = \frac{\rho \omega_2^2 - k_{1,2}^2(\omega) \Lambda_2'}{k_{1,2}^2(\omega) X_1} \quad (8)$$

волновые числа и эллиптичности собственных мод акустического поля [7]. В выражениях (1—8) также использованы обозначения:

$$\Lambda_1' = \bar{\Lambda} - i\bar{B}\omega_1, \quad \Lambda_2' = \bar{\Lambda} - i\bar{B}\omega_2, \quad X_1 = \delta - i\kappa\omega_1, \quad X_2 = \delta - i\kappa\omega_2, \quad \omega_1 = \omega + \Omega, \quad \omega_2 = \omega - \\ - \Omega, \quad \bar{\Lambda} = c_{44} + (\alpha_{155} + \alpha_{144}) E_0^2/2, \quad \delta = (\alpha_{155} - \alpha_{144}) E_0^2/2, \quad \bar{B} = \eta_{44} + (\beta_{155} + \\ + \beta_{144}) E_0^2/2, \quad \kappa = (\beta_{155} - \beta_{144}) E_0^2/2;$$

E_0 и Ω — амплитуда и частота вращения внешнего электрического поля, α и β — тензоры, учитывающие электрострикционное воздействие этого поля на упругие постоянные c и вязкость η кристалла, ρ — плотность кристалла, $p_{\pm} = (a + ib)/\sqrt{2}$ — векторы циркулярной поляризации, a и b — орты лабораторной декартовой системы координат.

Учитывая, что относительное изменение параметров кристалла под действием электрического поля составляет $\sim 10^{-2}$ [9—11], можно предположить, что отраженная u_r , прошедшая u_c волны и собственные моды A_3 , A_4 являются слабыми.

Рассмотрим случай резонансного взаимодействия, когда частота ультразвука ω_0 совпадает с частотой электрического поля Ω . Преобразовав систему (6) и используя указанное приближение, находим:

$$A_1 = 2\zeta_1 G_2 u_0^- \{ \zeta_1 F_1 G_2 - \zeta_2 \exp [i (k_1 - k_2) L] G_1 F_2 \}^{-1},$$

$$A_2 = -A_1 \zeta_2 \zeta_1^{-1} \exp [i (k_1 - k_2) L] G_1 G_2^{-1},$$

$$u_r^- = \frac{1}{2} A_1 \exp [i (k_1 - k_0) L] F_1 + \frac{1}{2} A_2 \exp [i (k_2 - k_0) L] F_2,$$

$$u_c^+ = \frac{1}{2} \zeta_1^{-1} A_1 G_1 + \frac{1}{2} \zeta_2^{-1} A_2 G_2,$$

$$A_3 = -\frac{1}{2} \{ \exp [-ik_2 L] - \zeta_1 \zeta_2^{-1} \exp [-ik_1 L] \}^{-1} \times \\ \times \{ A_1 [\exp [ik_1 L] (2 - F_1) - \exp [-ik_1 L] (2 - G_1)] + \\ + A_2 [\exp [ik_2 L] (2 - F_2) - \zeta_1 \zeta_2^{-1} \exp [-ik_1 L] (2 - G_2)] \},$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \zeta_1 \{ \zeta_1^{-1} A_1 (2 - G_1) + \zeta_2^{-1} A_2 (2 - G_2) + 2\zeta_2^{-1} A_3 \},$$

$$u_{\sigma}^+ = \frac{1}{2} \{ \zeta_1^{-1} A_1 \exp [ik_1 L] (2 - G_1) + \zeta_2^{-1} A_2 \exp [ik_2 L] (2 - G_2) + \\ + 2\zeta_2^{-1} A_3 \exp [-ik_2 L] + 2\zeta_1^{-1} A_4 \exp [-ik_1 L] \} \exp [ik_0 L],$$

$$u_r^- = \frac{1}{2} [A_1 (2 - F_1) + A_2 (2 - F_2)] + A_3 + A_4.$$

Здесь

$$F_1 = 1 + k_1 [(i\bar{\Lambda} + \bar{B}\Omega) + \zeta_1^{-1} (i\delta - \kappa\Omega)] \{ k_0 (ic_{55} + \eta_{55}\Omega) \}^{-1},$$

$$F_2 = 1 + k_2 [(i\bar{\Lambda} + \bar{B}\Omega) + \zeta_2^{-1} (i\delta - \kappa\Omega)] \{ k_0 (ic_{55} + \eta_{55}\Omega) \}^{-1},$$

$$G_1 = 1 + k_1 [(i\bar{\Lambda} - \bar{B}\Omega) + \zeta_1 (i\delta + \kappa\Omega)] \{ k_0 (ic_{55} - \eta_{55}\Omega) \}^{-1},$$

$$G_2 = 1 + k_2 [(i\bar{\Lambda} - \bar{B}\Omega) + \zeta_2 (i\delta + \kappa\Omega)] \{ k_0 (ic_{55} - \eta_{55}\Omega) \}^{-1},$$

$$k_1 = k_1 (\omega_0 - \Omega) \quad k_2 = k_2 (\omega_0 - \Omega),$$

$$\zeta_1 = \zeta_1 (\omega_0 - \Omega) \quad \zeta_2 = \zeta_2 (\omega_0 - \Omega).$$

Таким образом, считая отражение от границ слоя слабым, мы получили выражения для комплексных амплитуд обращенной, отраженной и прошед-

шей волн. Амплитуды всех волн могут быть определены также в результате численного решения системы (6). Вычисления производились при следующих значениях параметров [9—11]: $\Lambda = 10^{11}$ Н/м², $\delta = -4,465 \cdot 10^9$ Н/м², $\bar{B} = 100$ ед. СИ, $\kappa = 5$ ед. СИ, $\Omega = 10^7$ Гц, $\rho = 5,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $E_0 = 400$ кВ/м, $c_{55} = 9,38 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\eta_{55} = 93,8$ ед. СИ, $\omega_0 = 10^7$ Гц.

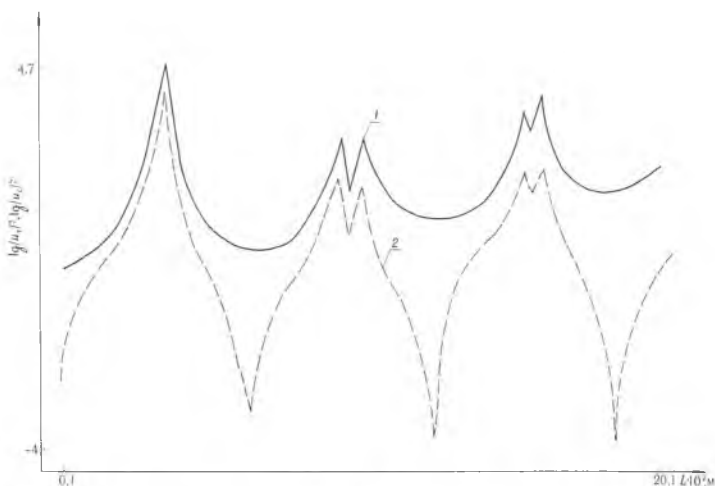


Рис. 1. Зависимость интенсивностей прошедшей на частоте ω_0 и отраженной волн от толщины слоя с вращающейся анизотропией: 1 — $\lg |u_r|^2$; 2 — $\lg |u_c|^2$

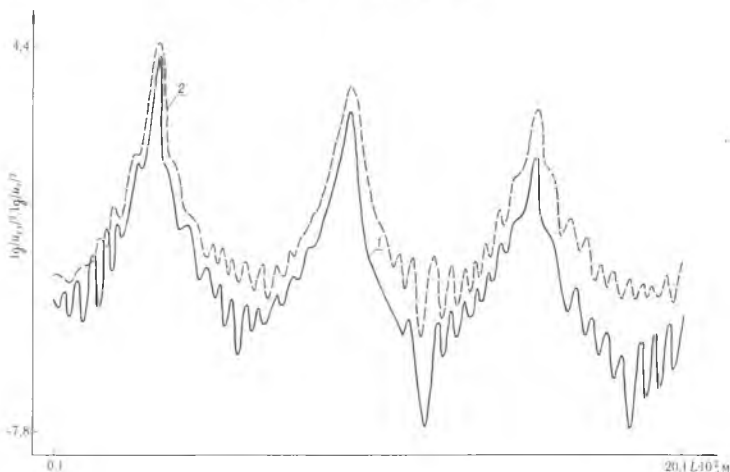


Рис. 2. Зависимость интенсивностей прошедшей на частоте $2\Omega - \omega_0$ и отраженной волн от толщины слоя с вращающейся анизотропией: 1 — $\lg |u_r|^2$; 2 — $\lg |u_c|^2$

На рис. 1 и 2 представлены в логарифмическом масштабе графики зависимости интенсивностей всех волн от толщины слоя с вращающейся анизотропией, полученные в результате численного решения системы (6).

Анализ графиков позволяет сделать заключение о характере зависимости коэффициентов отражения, прохождения и усиления от толщины области с индуцированной анизотропией. Все графики имеют периодически повторяющиеся резонансы при условии

$$[k_1(\omega_0 - \Omega) - k_2(\omega_0 - \Omega)]L_s = \varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi s, \quad (9)$$

где φ_1 и φ_2 — аргументы комплексных эллиптичности $\zeta_1(\omega_0 - \Omega)$ и $\zeta_2(\omega_0 - \Omega)$ (8), параметр s принимает значения из множества целых чисел. При

выполнении условия (9) нормированные интенсивности прошедшей и обращенной волн могут принимать гигантские значения порядка 10^5 . В то же время генерация и усиление ультразвука в критических точках являются нестабильными, поскольку коэффициенты усиления, прохождения и отражения очень быстро уменьшаются при небольшом нарушении условия (9). При толщинах слоя, удовлетворяющих соотношению

$$[k_1(\omega_0 - \Omega) - k_2(\omega_0 - \Omega)]L_s = 2\pi s, \quad (10)$$

интенсивность обращенной волны принимает минимальные значения.

Из сравнения графиков, полученных различными способами, можно сделать вывод о том, что приближенные выражения достаточно точно описывают поведение интенсивностей обращенной, отраженной и прошедших волн в областях стабильного взаимодействия, вдали от толщин слоя, удовлетворяющих соотношению (9). В критических точках слабое отражение ультразвука от границ слоя с вращающейся анизотропией не имеет места, и приближенный метод не может быть использован. При выполнении условия (9) приближенные вычисления дают бесконечно большие значения для интенсивностей всех волн.

Список литературы

1. Белокопытов Г. В., Иванов А. В., Чистяев В. П. // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 2. С. 218.
2. Ohno Masahiro // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 54. № 20. P. 1979.
3. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Семенов В. П. и др. // Журн. техн. физ. 1989. Т. 59. № 4. С. 182.
4. Ohno Masahiro // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 55. № 9. P. 832.
5. Bajak Ivan L. // Wiss. Beitr. M., Luther-Univ., Halle-Wittenberg. O. 1989. № 26. P. 83.
6. Белый В. Н., Севрук Б. Б. // Журн. техн. физ. 1987. Т. 57. № 2. С. 336.
7. Семченко И. В., Сердюков А. Н., Хахомов С. А. // Кристаллография. 1991. Т. 36. № 2. С. 298.
8. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М., 1979.
9. Пекар С. И., Демиденко А. А., Здебский А. П. и др. // Докл. АН СССР. 1976. Т. 230. С. 1089.
10. Жабитенко П. К., Кучеров И. Я. // Укр. физич. журнал. 1978. Т. 23. № 2. С. 263.
11. Рыбняец А. П., Турик Д. В., Дорохова П. В. и др. // Журн. техн. физики. 1986. Т. 56. № 12. С. 2371.

Поступила в редакцию 14.01.92.

УДК 535.34

Вик. В. ШЕПЕЛЕВИЧ

ЗАВИСИМОСТЬ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ОТ ОРИЕНТАЦИИ КРИСТАЛЛА

Большой диапазон практических применений четырехволнового взаимодействия (обращение волнового фронта, интерферометрия в реальном времени [1], выполнение логических операций, параллельная обработка оптической информации и др. [2].) способствует интенсивному развитию исследований этого явления с использованием различных рабочих сред. В стандартных схемах обращения волнового фронта при четырехволновом смешении в высокочувствительных фоторефрактивных кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) и $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO) кристаллическая пластинка среза (110) устанавливается таким образом, чтобы кристаллографическое направление [001] было перпендикулярно или параллельно плоскости падения лучей (вектор записываемой голографической решетки $\mathbf{K} \perp [001]$ и $\mathbf{K} \parallel [001]$) [3]. Эти геометрии, как показано ниже, не являются оптимальными.

Известно [4], что кристаллы BSO, BGO и BTO являются пьезоэлектриками. В [5] показано, что учет пьезоэлектрического эффекта и фотоупругости приводит к значительному изменению свойств формирующихся в этих средах голографических решеток, что необходимо учитывать