Напомним, π-разложимая группа — это группа $G = G_\pi \times G_{\pi'}$ с нильпотентной холловой π-подгруппой G_π. Через $\mathrm{Char}(\mathfrak{X})$ обозначается множество простых чисел p, для которых классу групп $\mathfrak{X}$ принадлежит группа порядка p.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — насыщенная формация, $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi'}\mathfrak{F}$, $G = AB$ — π-разрешимая ди-π-разложимая группа, $\pi(A) \cap \pi(B) \subseteq \mathrm{Char}(\mathfrak{F})$. Тогда в G существует единственный $\mathfrak{F}$-проектор, факторизуемый относительно $G = AB$.*

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — насыщенная формация, $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi'}\mathfrak{F}$, $G = AB$ — π-разрешимая ди-π-разложимая группа. Тогда в G существует единственный $\mathfrak{F}$-проектор, префакторизуемый относительно $G = AB$.*

Литература

1. Шеметков Л. А. *Формации конечных групп.* Мн.: Наука, 1978.
2. Doerk K., Hawkes T. *Finite soluble groups.* Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992.
3. Wielandt H. *Über Produkte von nilpotenten Gruppen III* // J. Math. 1958. V. 2, №4B. P. 90–93.
4. Kegel O. U. *Produkte nilpotenter Gruppen* // Arch. Math. 1961. V. 12, №2. P. 90–93.
5. Heineken H. *Products of finite nilpotent groups* // Math. Ann. 1990. V. 287. P. 643–652.
6. Васильева Т.И., Рябченко Е.А. *Проекторы конечных π-разрешимых ди-π-разложимых групп* // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2008. №2(47). С. 44–49.

О ПРОНОРМАЛЬНОСТИ И СИЛЬНОЙ ПРОНОРМАЛЬНОСТИ ПОДГРУПП

Е.П. Вдовин, Д.О. Ревин

Институт математики им С.Л. Соболева СО РАН
пр. акад. Коптюга, 4, 630090 Новосибирск, Россия
{vdovin,revin}@math.nsc.ru

Подгруппа H группы G называется *пронормальной*, если для любого элемента $g \in G$ подгруппы H и H^g сопряжены в $\langle H, H^g \rangle$. Назовем H *сильно пронормальной*, если для любых подгруппы $K \leqslant H$ и элемента $g \in G$ существует элемент $x \in \langle H, K^g \rangle$ такой, что $K^{gx} \leqslant H$.

Многие известные примеры пронормальных подгрупп, как то: нормальные подгруппы, максимальные подгруппы, силовские подгруппы конечных групп и холловы подгруппы конечных разрешимых групп, представляют также примеры сильно пронормальных подгрупп. Нами показано, что картеровы подгруппы конечных групп (которые всегда пронормальны), вообще говоря, не являются сильно пронормальными даже в разрешимых группах. Более точно, справедлива

Теорема. *Пусть ненильпотентная конечная группа L обладает картеровой подгруппой H. Пусть p — простое число, не делящее порядок группы L. Тогда справедливы следующие утверждения.*

1) *Существуют конечное поле $\mathbb{F}_q$ характеристики p и неприводимый $\mathbb{F}_qL$-модуль V такие, что $0 < C_V(H) < V$.*

2) *В естественном расщепляемом расширении $G = [V]L$ группы V с помощью L подгруппа $C = HC_V(H)$ является картеровой и, в частности, пронормальной.*

3) *Подгруппа C не является сильно пронормальной в G.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 10–01–00391 и 10–01–90007) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (гос. контракт №14.740.11.0346).