

### Литература

1. Ляхов Л.Н., Санина Е.Л. Оператор Киприянова–Бельтрами с отрицательной размерностью операторов Бесселя и сингулярная задача Дирихле для  $B$ -гармонического уравнения. *Дифф. уравнения*. Т. 56. No. 12 (2020), 1610–1620.
2. Киприянов И.А. *Сингулярные эллиптические краевые задачи*. М.: Наука (1997).
3. Ляхов Л.Н., Булатов Ю.Н., Рошупкин С.А., Санина Е.Л. Единственность решения задач Дирихле для уравнения Пуассона с сингулярным  $\Delta_B$ -оператором Киприянова. *Дифф. уравнения*. Т. 59. No. 4 (2023), 483–493.

### Наличие свойства Пенлеве

у дифференциальной системы второго порядка специального вида  
Т. Н. Ванькова, Л. В. Детченя, В. М. Пецевич (Гродно, Беларусь)

На предмет наличия свойства Пенлеве рассматривается система двух дифференциальных уравнений

$$x'^2 = (\alpha_1 x + \alpha_2)(xy^2 + K_2 xy + K_1 y), \quad y'^2 = xy^2 + K_2 xy + K_1 y, \quad (1)$$

где

$$|\alpha_1| + |\alpha_2| \neq 0, \quad K_1 \neq 0, \quad (2)$$

$x, y$  — неизвестные функции независимой переменной  $t$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$  — аналитические функции переменной  $t$ ,  $K_1, K_2$  — некоторые постоянные.

Система (1) является частным случаем системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} x'^2 &= (a_{24}x^4 + a_{23}x^3 + a_{22}x^2 + a_{21}x + a_{20})y^2 + (a_{14}x^4 + a_{13}x^3 + a_{12}x^2 + \\ &\quad + a_{11}x + a_{10})y + a_{04}x^4 + a_{03}x^3 + a_{02}x^2 + a_{01}x + a_{00}, \\ y'^2 &= (b_{41}y^4 + b_{31}y^3 + b_{21}y^2 + b_{11}y + b_{01})x + b_{40}y^4 + b_{30}y^3 + b_{20}y^2 + b_{10}y + b_{00}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $|a_{24}| + |a_{23}| + |a_{22}| + |a_{21}| + |a_{20}| \neq 0$ ,  $|b_{41}| + |b_{31}| + |b_{21}| + |b_{11}| + |b_{01}| \neq 0$ ,  $a_{ij}, b_{kl}$  — аналитические функции переменной  $t$ .

Система (3), когда  $b_{41} = b_{31} = b_{21} = b_{11} = 0$ ,  $b_{01} \neq 0$ , рассматривалась в [1]. Случай, когда  $b_{41} = b_{31} = b_{21} = 0$ ,  $b_{11} \neq 0$ , рассматривался в [2]. Случай, когда  $|b_{41}| + |b_{31}| \neq 0$ , рассматривался в [3].

Система (1) является одной из 7 систем, которые удовлетворяют необходимым условиям наличия свойства Пенлеве у системы

$$\begin{aligned} x'^2 &= (a_{24}x^4 + a_{23}x^3 + a_{22}x^2 + a_{21}x + a_{20})y^2 + \\ &\quad + (a_{14}x^4 + a_{13}x^3 + a_{12}x^2 + a_{11}x + a_{10})y + a_{04}x^4 + a_{03}x^3 + a_{02}x^2 + a_{01}x + a_{00}, \\ y'^2 &= (y^2 + b_{11}y + b_{01})x + b_{40}y^4 + b_{30}y^3 + b_{20}y^2 + b_{10}y + b_{00}, \end{aligned}$$

где  $|a_{24}| + |a_{23}| + |a_{22}| + |a_{21}| + |a_{20}| \neq 0$  [4]. В [4] система (1) имеет обозначение (4).

Некоторые из систем, полученных в [4], рассматривались в [5], [6]. В [5] рассматривалась система из [4], которая имеет обозначение (7); в [6] рассматривалась система из [4], которая имеет обозначение (10).

Выразив из второго уравнения системы (1) функцию  $x$  и подставив в первое уравнение, относительно функции  $y$  построим дифференциальное уравнение второго порядка второй степени относительно производной. Используя некоторые леммы из [7], [8], метод малого параметра, метод резонансов, тест Пенлеве, метод сравнения полученных уравнений с уравнениями, аналитические свойства решений которых известны, покажем что справедлива

**Теорема.** Для того чтобы дифференциальная система (1) при условии (2) обладала свойством Пенлеве, необходимо и достаточно, чтобы она дробно-линейным преобразованием неизвестных функций  $x$ ,  $y$  и аналитической заменой независимой переменной  $t$  приводилась к одному из видов:

$$\begin{aligned}x'^2 &= H_1(x + H_2)(xy^2 + K_2xy + K_1y), & y'^2 &= xy^2 + K_2xy + K_1y, \\x'^2 &= H_1e^{H_2t}(xy^2 + K_2xy + K_1y), & y'^2 &= xy^2 + K_2xy + K_1y,\end{aligned}\quad (4)$$

где  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  — некоторые постоянные, и при этом  $H_1 \neq 0$ ,  $K_1 \neq 0$ .

Решения дифференциальной системы (4) выражаются через решения третьего уравнения Пенлеве.

### Литература

1. Ванькова Т.Н., Детченя Л.В., Пецевич В.М., Селивёрстова А.О. Об одном классе систем дифференциальных уравнений второго порядка без подвижных критических особенностей. *Проблемы физики, математики и техники*. № 4(37) (2018), 62–65.

2. Белько О.Н., Ванькова Т.Н., Пецевич В.М. Об одном классе систем дифференциальных уравнений второго порядка со свойством Пенлеве. *Вестник ГрДУ імя Янкі Купалы*. Сер. 2, Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. Т. 10. № 3 (2020), 42–49.

3. Детченя Л.В., Кулеш Е.Е., Пецевич В.М. Необходимые условия наличия свойства Пенлеве для системы дифференциальных уравнений второго порядка второй степени специального вида. *Вестник ГрДУ імя Янкі Купалы*. Сер. 2, Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. Т. 10. № 2 (2020), 30–35.

4. Детченя Л.В., Кулеш Е.Е., Пецевич В.М. Необходимые условия наличия свойства Пенлеве у дифференциальной системы второго порядка. *Седьмые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям* : материалы Междунар. математической конф., Минск, 1-4 июля 2021 г. – Минск: Ин-т математики НАН Беларуси, (2021), 59–60.

5. Детченя Л.В., Кулеш Е.Е., Пецевич В.М. Свойство Пенлеве для дифференциальной системы специального вида. *Еругинские чтения - 2023*. : материалы Междунар. науч. конф. Могилев, 23 - 27 мая 2023 г. Могилев : Белорусско-Российский ун-т, (2023), 11–13.

6. Ванькова Т.Н., Кулеш Е.Е., Пецевич В.М. Свойство Пенлеве для одной дифференциальной системы второго порядка. *Еругинские чтения - 2022*. : материалы Междунар. науч. конф. Новополоцк, 31 мая – 3 июня 2022 г. Новополоцк : Полоцкий гос. ун-т, (2022), 5–7.

7. Пецевич В.М., Пронько В.А. Необходимые условия наличия свойства Пенлеве у системы двух дифференциальных уравнений второй степени. *Проблемы физики, математики и техники*. № 2(35) (2018), 69–75.

8. Пецевич В.М., Шевченя Д.Н. Свойство Пенлеве для дифференциальной системы второго порядка. *Проблемы физики, математики и техники*. № 1(26) (2016), 48–51.

### Об особенностях развития транспортных систем Е. И. Васенкова (Минск, Беларусь)

Глобальные научно-технологические тренды последних десятилетий существенно усилили роль транспортных систем в социально-экономическом развитии государств, поэтому ориентированность на эффективные транспортные системы становится одним из определяющих факторов развития инфраструктуры конкурентных товарных рынков. Анализируя мировые тенденции изменения транспортных систем, можно увидеть