λ_{sijk} – положительные корни уравнения, составленного из комбинации этих функций; $D_{sijk}, A_{si}, B_{sj}, \alpha_{5s}$, C_{0s} – известные коэффициенты и параметры.

Для решения дифференциального уравнения вида

$$Z''(x_3) + \frac{\lambda^2 \left(\frac{\alpha_{13}+\alpha_{23}e^{\alpha_3 x_3}}{1+2\xi_0 e^{-\alpha_{4s} x_3}}\right) - (v^2+\rho^2)}{K_{3s}} Z(x_3) = 0$$

был применен метод аппроксимации (Алтынбеков Ш., 1995).

Расчет осадки грунтовых оснований произведен по методу послойного суммирования.

Выводы

- Полученные результаты показывают, что величины уплотняющих нагрузок, приложенных к нижним слоям грунтовых массивов, зависят от нагрузки приложенной к верхнему слою и от коэффициентов проницаемости грунтов, а также от пути фильтрации.
- Если земляная масса каждого структурного слоя является несыпучей связной средой, то осадки в нижних слоях незначительны.
- Если деформационные свойства одного из нижних слоев велики, то происходит неравномерная осадка грунтовых оснований, что нежелательно.

Литература

Алтынбеков Ш. *Об одном методе аппроксимации* //Узбекский журнал "Проблемы механики". 1995. №3–4. С. 5–7.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРЕХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОПУЛЯЦИЙ

М. А. Аматов, Г. М. Аматова, О. А. Ишкова, Н. А. Чеканов (Белгород, Россия)

В работе для описания динамики численности трех взаимодействующих биологических популяций: хищник $z(t) \geqslant 0$ и две его жертвы $x(t) \geqslant 0$, $y(t) \geqslant 0$ предложена математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений, правая часть которой имеет разрыв на поверхности S.

В тезисах настоящего доклада рассмотрен случай, когда поверхностью разрыва является плоскость $S : \{y = x\}$, которая разбивает октант $\mathbb{R}^3_+\{x \geqslant 0, y \geqslant 0, z \geqslant 0\}$ на две области: $G^+ = \{(x, y, z)|0 < x < \infty, x < y < \infty, 0 < z < \infty\}$ и $G^- = \{(x, y, z)|0 < x < \infty,$ $0 < y < x, 0 < z < \infty\}$. Система дифференциальных уравнений в области G^+ имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = x(a - b_2 z), \\ \dot{y} = y(c - d_2 z), \\ \dot{z} = z(-e + h_1 x + g_1 y), \end{cases} \tag{1}$$

а в области G^- следующий вид

$$\begin{cases} \dot{x} = x(a - b_1 z), \\ \dot{y} = y(c - d_1 z), \\ \dot{z} = z(-e + h_2 x + g_2 y). \end{cases} \tag{2}$$

Причем выполнены условия $a > c, ad_1 - b_1c < 0, ad_2 - b_2c > 0$, вызванные биологическими соображениями, а параметры $a, b_1, b_2, d_1, d_2, e, h_1, h_2, g_1, g_2$ есть постоянные числа.

Понимая решение системы (1), (2) в смысле А. Ф. Филиппова [1], аналитическими методами исследован вопрос существования на плоскости разрыва $S : \{y = x\}$ областей скользящих движений. Было найдено, что из восьми рассмотренных и логически возможных соотношений между числами $b_1 - d_1$, $b_2 - d_2$ и нулем только четыре не противоречат условиям, наложенными на коэффициенты системы (1), (2). Из этих же четырех, в трех случаях разрывная система (1), (2) имеет в плоскости разрыва $S : \{y = x\}$ непустую область D^0 скользящих движений, и только в одном случае области скользящих движений не существует. Показано, что скользящие движения задаются системой уравнений Лотки-Вольтерра, все траектории которой замкнуты. Изображающая точка какой-либо траектории разрывной системы (1), (2), попавшая в момент времени $t = t_0$ на поверхность скользящих движений, в дальнейшем при всех $t \geqslant t_0$ будет двигаться по некоторому циклу, лежащему в области D^0.

Для интегрирования системы дифференциальных уравнений с разрывной правой частью (1), (2) и графического представления ее решений разработан пакет символьно-численных программ в среде MAPLE, с помощью которых проведены построения траекторий для определенных значений параметров.

Таким образом, анализ предложенной модели показывает, что одно только воздействие хищника на популяции жертв (даже при отсутствии конкуренции) стабилизирует их численность, не доводя ни одну из них до полного исчезновения. С ростом времени в системе устанавливаются устойчивые периодические колебания численностей всех популяций, но если, по какой-либо внешней причине, амплитуда колебаний сильно возрастет, популяции могут погибнуть.

Литература

1. Филиппов А. Ф. *Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.* М.: Наука, 1985.

2. Уткин В.И. *Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой.* М.: Наука. 1974.

РЕАЛИЗАЦИЯ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА ФУРЬЕ ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

И. Е. Андрушкевич (Новополоцк, Беларусь), В. А. Жизневский (Витебск, Беларусь)

Для построения аналитических решений прикладных задач электродинамики, представляющих собой краевые задачи с дифференциальными уравнениями в частных производных предлагается использовать обобщенный метод Фурье разделения переменных (ОМФ) [1, 2]. Более широкие возможности этого метода в сравнении с традиционным методом разделения переменных следуют из теоремы Колмогорова [3], в соответствии с которой любую непрерывную функцию многих переменных можно получить с помощью операций сложения, умножения и суперпозиции непрерывных функций одного переменного. Для двумерного случая частные решения краевой задачи ищутся в виде:

$$\Psi(x, y) = \sum_{k=1}^{S} X_k(x) Y_k(y).$$