ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ МАКСИМАЛЬНОГО НИЖНЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПЕРРОНА ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО УБЫВАЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Филипцов А. В. (Беларусь, Минск)

Рассмотрим линейные системы

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \tag{1}$$

$$\dot{y} = A(t)y + Q(t)y, \quad y \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \tag{2}$$

с ограниченными, кусочно-непрерывными матрицами $A(\cdot)$ и $Q(\cdot)$.

Пусть $X(t)$ — нормальная по Ляпунову фундаментальная система решений системы (1), $\lambda_i(A)$ и $\delta_i(A)$ — характеристические показатели Ляпунова i-ых столбцов матриц X и $(X^{-1})^{\mathrm{T}}$ соответственно, $\sigma_{\Gamma}(A) \equiv \equiv \max\limits_{1 \le i \le n} \{\lambda_i(A) + \delta_i(A)\}$ —коэффициент неправильности Гробмана [1], $\sigma(A) \equiv \max\limits_{i<j} \{\lambda_i(A) + \delta_i(A) + \lambda_j(A) + \delta_j(A)\}$ — величина неправильности [2], $\lambda(A) = \{\lambda_1(A), ..., \lambda_n(A)\}$ — совокупность характеристических показателей системы (1), $\pi(A)$ и $\pi(A+Q)$ — множества нижних показателей Перрона нетривиальных решений систем (1) и (2) соответственно.

В [3] установлено, что если характеристический показатель матрицы возмущения $Q(\cdot)$ удовлетворяет условию $\lambda[Q] \le -\sigma(A)$, то множества $\pi(A)$ и $\pi(A+Q)$ совпадают. Но для отдельных нижних показателей системы (1) справедлива

Теорема. *Пусть некоторое решение $x(t)$ системы (1) имеет характеристический показатель $\lambda[x]$ и нижний показатель $\pi[x]$. Если характеристический показатель матрицы возмущения $Q(\cdot)$ удовлетворяет условию $\lambda[Q] < -\sigma_{\Gamma}(A) - \lambda[x] + \pi[x]$, то система (2) имеет решение $y(t)$, характеристический показатель которого равен $\lambda[x]$, а нижний показатель равен $\pi[x]$.*

Непосредственно из теоремы может быть получено условие инвариантности максимального нижнего показателя линейной системы при экспоненциально убывающих возмущениях.

Следствие. *Если характеристический показатель матрицы возмущения Q удовлетворяет условию $\lambda[Q] < -\sigma_{\Gamma}(A) - \max \lambda(A) + \max \pi(A)$, то справедливо равенство $\max \pi(A) = \max \pi(A+Q)$.*

Литература. **1**. Гробман Д.М. // Мат. сб. 1952. Т. 30, № 1. С. 121 – 166. **2**. Изобов Н.А., Филипцов А.В. // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 2. С. 197 – 205. **3**. Изобов Н.А., Филипцов А.В. // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 8. С. 1300 – 1309.