ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ
И СОЦИАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ БГУ

Кафедра экономики и управления бизнесом

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Учебно-методическое пособие

Минск
ГИУСТ БГУ
2010

УДК 51(076.1)(075.8)
ББК 22.1я73
З-15

Рекомендовано кафедрой экономики и управления бизнесом
Государственного института управления
и социальных технологий БГУ

Составители:
кандидат физико-математических наук, доцент *В. А. Прокашева;*
кандидат физико-математических наук, доцент *Н. Н. Рачковский;*
кандидат физико-математических наук, доцент *Л. Г. Третьякова*

Рецензенты:
кандидат экономических наук, доцент *Л. П. Ермалович;*
кандидат физико-математических наук, доцент *А. Э. Малевич*

З-15 **Задачи** и упражнения по высшей математике. Аналитическая геометрия. Линейная алгебра : учеб.-метод. пособие / сост. В. А. Прокашева, Н. Н. Рачковский, Л. Г. Третьякова. – Минск : ГИУСТ БГУ, 2010. – 58 с.

ISBN 978-985-491-046-8.

В учебно-методическое пособие включены задачи и упражнения по разделам «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» для проведения практических занятий, контрольных работ и для самостоятельной работы студентов.

Адресовано студентам высших учебных заведений, обучающимся по специальности «Менеджмент».

УДК 51(076.1)(075.8)
ББК 22.1я73

ISBN 978-985-491-046-8

Оглавление

Тема 1. ДЕЙСТВИЯ С МНОЖЕСТВАМИ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Найти объединение и пересечение множеств A и B, если

№	A	B
1	$\{6k \mid k \in N\}$	$\{2n \mid n \in N\}$
2	$\{2^{-n} \mid n \in N\}$	$\{4^{-n} \mid n \in N\}$
3	$\{(x, y) \in R^2 \mid \lvert x\rvert + \lvert y\rvert \le 1\}$	$\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \le 1\}$
4	$\{(x, y) \in R^2 \mid 2x + y \le 6\}$	$\{(x, y) \in R^2 \mid x \ge 0, y \ge 0\}$

Задание 2. Из N студентов, находящихся в аудитории, k_1 изучают английский, k_2 – немецкий, k_3 – французский язык. Одновременно английский и французский изучают q_1 студентов, английский и немецкий – q_2, французский и немецкий – q_3 студентов. Все три языка изучают q студентов. Найти количество студентов, изучающих только английский, только французский, только немецкий язык, если

№	N	k_1	k_2	k_3	q_1	q_2	q_3	q
1	36	24	16	12	8	6	4	2
2	44	30	12	20	6	10	4	2

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Найти объединение и пересечение множеств A и B, если

№	A	B
1	$\{2n+1 \mid n \in N\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
2	$\{(x, y) \in R^2 \mid 5x + y \le 5\}$	$\{(x, y) \in R^2 \mid x \ge 0,\ y \le 0\}$

Тема 2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ: СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Построить график функции $f(x)$, точно указав точки пересечения с осями координат, если

№	f(x)	№	f(x)
1	$\left\lvert \log_3(1-x) \right\rvert$	4	$-\left\lvert \sin\lvert 2x\rvert \right\rvert$
2	$\left\lvert 3^{\lvert x\rvert} - 2 \right\rvert$	5	$\left\lvert \sqrt{2-x} - 1 \right\rvert$
3	$\frac{\pi}{2} - \lvert \arcsin(-x) \rvert$	6	$\left\lvert \frac{1}{\lvert x\rvert} - 2 \right\rvert$

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Построить график функции $f(x)$, точно указав точки пересечения с осями координат, если

№	f(x)	№	f(x)
1	$-\left\lvert \cos\left\lvert \frac{x}{2} \right\rvert \right\rvert$	3	$\left\lvert \log_3\lvert x\rvert - 1 \right\rvert$
2	$\left\lvert x^2 - 6\lvert x\rvert + 5 \right\rvert$	4	$\left\lvert 2^{x-1} - 2 \right\rvert$

Тема 3. ПРОЦЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Задания для работы в аудитории

Простые проценты

Пусть S – сумма, положенная в банк под p простых процентов на n лет, S_n – накопленная за n лет сумма. Тогда

$$S_n = S\left(1 + 0{,}01\,np\right); \quad (1)$$

$$S = \frac{S_n}{1 + 0{,}01\,np}; \quad (2)$$

$$n = \frac{S_n - S}{0{,}01\,p}; \quad (3)$$

$$p = \frac{S_n - S}{0{,}01\,n}. \quad (4)$$

Задание 1. На сумму S, помещенную в банк, начисляются простые p процентов. Найти сумму, накопленную за n лет, если

№	**S**	**n**	**p**
1	7000	2	5
2	10000	3	10
3	11000	2	12
4	5000	4	8

Задание 2. Вычислить, за сколько лет накопления от суммы S, помещенной под простые p проценты, составят сумму S_n, если

№	**S**	**p**	**S_n**
1	6000	5	10000
2	8000	8	10000
3	12000	10	15000
4	15000	12	20000

Задание 3. Вычислить, какая сумма S, отданная под простые p процентов, накопит за n лет сумму S_n:

№	p	n	S_n
1	5	3	10000
2	8	4	12000
3	10	3	8000
4	12	5	15000

Сложные проценты

Пусть S – сумма, положенная в банк под p сложных процентов на n лет, S_n – накопленная за n лет сумма. Тогда

$$S_n = S\left(1+0,01\,p\right)^n; \tag{5}$$

$$S = \frac{S_n}{(1+0,01\,p)^n}; \tag{6}$$

$$n = \frac{\ln \frac{S_n}{S}}{\ln(1+0,01p)}; \tag{7}$$

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{S_n}{S}} - 1\right)\cdot 100. \tag{8}$$

Задание 4. На сумму S, помещенную в банк, начисляются p сложных процентов. Найти сумму S_n, накопленную за n лет, если

№	S	p	n
1	3000	5	2
2	5000	8	3
3	7000	10	2
4	10000	12	3

Задание 5. Вычислить, за сколько лет накопления от суммы S, помещенной под сложные p проценты, составят сумму S_n, если

№	S	p	S_n
1	3000	10	5000
2	4000	5	5000
3	4500	6	5000
4	3800	8	5000

Задание 6. Найти, какую сумму нужно поместить в банк под сложные p процен-тов, чтобы через n лет получить сумму S_n, если

№	S_n	p	n
1	10000	5	3
2	8000	8	5
3	4000	5	2
4	3000	6	6

Задание 7. Решить задачи:

7.1. Владелец бессрочной облигации стоимостью 100 долл. получает ежегодную выплату 5 %. Найти, какова рыночная стоимость облигации, если инфляция составляет 3 % в год.

7.2. Начиная с некоторого момента в начале каждого года в банк вкладывают 1000 долл. под сложные 10 %.

а) Найти, какая сумма накопится за 5 лет.

б) Найти, через какой срок накопится сумма 5000 долл.

в) Если в конце каждого года с вклада снимают 90 долл., то какая сумма накопится за пять лет?

7.3. Букинистический магазин продал книгу со скидкой 10 % по сравнению с первоначально назначенной ценой и получил при этом 8 % прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

7.4. Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

7.5. Два завода по плану должны были выпустить за месяц 360 станков. Первый завод выполнил план на 112%, а второй – на 110 %, вместе заводы выпустили за месяц 400 станков. Сколько станков сверх плана выпустил каждый завод в отдельности?

7.6. Бригада по плану должна выпустить 360 деталей. Первые восемь дней она перевыполняла дневной план на 20 %. Оставшиеся дни она перевыполняла план на 25 %. В результате бригада сделала на 82 детали больше, чем требовалось по плану. Сколько дней работала бригада?

7.7. В конце года вкладчику на его сбережения банк начислил проценты, что составило 600 у. е. Добавив 4400 у. е., вкладчик оставил деньги еще на год. По истечении года вновь были начислены проценты, и теперь вклад вместе с процентами составил 25750 у. е. Какая сумма первоначально была вложена?

7.8. В начале года в банк было внесено 1640 у. е., а в конце года было взято обратно 882 у. е. Еще через год на счете снова оказалось 882 у. е. Сколько процентов начисляет банк в год?

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Найти рыночную стоимость 1000-долларовой акции, если ее владелец получает ежегодно выплату 8 долларов, а ежегодная инфляция составляет 4 %.

Задание 2. В начале года в банк было положено 1600 евро и в конце года взято 848 евро. В конце второго года вклад составил 824 евро. Какова процентная ставка в банке?

Задание 3. В букинистическом магазине антикварное собрание сочинений стоимостью 350 евро уценивали дважды на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что после двойного снижения цен собрание сочинений стоит 283,5 евро.

Задание 4. Количество студентов в институте, увеличиваясь на одно и то же число процентов ежегодно, возросло за три года с 5000 до 6655 человек. На сколько процентов увеличивалось число студентов ежегодно?

Задание 5. В январе завод выполнил 105 % месячного плана, а в феврале дал продукции на 4 % больше, чем в январе. На сколько процентов завод перевыполнил месячный план?

Задание 6. Банк начисляет ежегодно 3 % от суммы вклада. Через сколько лет внесенная сумма удвоится?

Тема 4. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Составить уравнение прямой:

а) образующей с осью Ox угол 30^0 и проходящей через точку $\left(\sqrt{3};2\right)$;

б) проходящей через точки $(1,2)$ и $(-2,4)$;

в) параллельной биссектрисе 2-го координатного угла и отсекающей по оси Oy отрезок длины 2.

Задание 2. Построить прямые, заданные уравнениями:

а) $2x-5y+20=0$; б) $2x-5y=0$;

в) $3x+7y=0$; г) $y+2=0$;

д) $x-2=0$; е) $5x-8y=0$.

Задание 3. Даны координаты вершин треугольника *ABC*. Найти: 1) длину стороны *AC*; 2) уравнение стороны *AC*; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины *B*; 4) расстояние от вершины *B* до стороны *AC*; 5) уравнение медианы *CD*; 6) площадь треугольника *ABC*.

№	A	B	C
1	(2;5)	(–3;1)	(0;4)
2	(2;–1)	(1;4)	(3;0)

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*. Найти: 1) длину стороны *BC*; 2) уравнение стороны *BC*; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины *A*; 4) расстояние от вершины *B* до стороны *AC*; 5) уравнение медианы *BD*; 6) площадь треугольника *ABC*.

№	A	B	C
1	(–3;–2)	(14;4)	(6;8)
2	(1;7)	(–3;–1)	(11;3)

Задание 2. Даны уравнения медиан треугольника $4x+5y=0,\ x-3y=0$ и его вершина $A(2,-5)$. Составить уравнения его сторон.

Задание 3. Даны уравнения двух сторон треугольника $3x-2y+1=0$, $x-y+1=0$ и уравнение одной из его медиан $2x-y-1=0$. Составить уравнение третьей стороны треугольника.

Тема 5. ИЗОБРАЖЕНИЕ НА ПЛОСКОСТИ МНОЖЕСТВ, ЗАДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Изобразить на плоскости множества, заданные системой линейных уравнений и неравенств:

1.1	$\begin{cases} x-5y\le -5 \\ 7x+4y\le 28 \\ 7x-2y\le 0 \\ x\ge 0 \end{cases}$ (область)	1.7	$\begin{cases} 4x+7y\ge 28 \\ 5x-2y\ge -10 \\ 3x-7y\le 0 \\ x\ge 0 \end{cases}$ (неограниченная область)

1.2	$\begin{cases} 2x-5y\le 10 \\ x+y\ge 1 \\ 3x-2y\ge -6 \\ y\ge 0 \end{cases}$ (неограниченная область)	1.8	$\begin{cases} 2x+3y\le 12 \\ 3x-4y\ge -12 \\ x-2\le -6 \\ y\ge 0 \end{cases}$ (область)
1.3	$\begin{cases} 3x+y\ge 6 \\ x-2y\le -4 \\ -3x+y\ge -3 \\ 6x+2y\le 12 \\ x\ge 0 \end{cases}$ (отрезок)	1.9	$\begin{cases} x+y\ge 1 \\ x-y\le 2 \\ x+4y\le 8 \\ -x+y\le -2 \\ x\ge 0 \end{cases}$ (отрезок)
1.4	$\begin{cases} x-2y\le -4 \\ 2x+y\ge 6 \\ x-2y\ge -4 \end{cases}$ (луч)	1.10	$\begin{cases} x-2y\ge 2 \\ 3x+y\ge 2 \\ 3x+y\ge 3 \\ -3x+6y\ge -6 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ (луч)
1.5	$\begin{cases} x-3y\le -9 \\ -x+3y\le 9 \end{cases}$ (прямая)	1.11	$\begin{cases} x+2y\ge -8 \\ x+2y\le -8 \end{cases}$ (прямая)
1.6	$\begin{cases} x-y\ge 1 \\ x+2y\ge 4 \\ x+y\le 3 \end{cases}$ (точка)	1.12	$\begin{cases} 2x+y\le 4 \\ x-3y\ge 6 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ (пустое множество)

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Изобразить на плоскости множества, заданные системой линейных неравенств:

1.1	$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \le 42 \\ 2x_1 - 10x_2 \le -10 \\ 3x_1 + 5x_2 \le 0 \\ x_1 \ge 0 \end{cases}$	1.4	$\begin{cases} 10x_1 + 6x_2 \le 30 \\ 3x_1 - 2x_2 \ge -6 \\ -x_1 + 4x_2 \ge 0 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$
1.2	$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \ge 20 \\ 3x_1 - 4x_2 \ge -12 \\ 6x_1 - 3x_2 \le 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	1.5	$\begin{cases} x_1 - x_2 \le 3 \\ 3x_1 - 2x_2 \ge -6 \end{cases}$
1.3	$\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 \ge 0 \\ -x_1 + 4x_2 \ge 8 \\ 3x_1 - 2x_2 \ge 6 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	1.6	$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \ge -12 \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ 4x_1 - x_2 \le 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$

Тема 6. ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Найти $3A–3B$, если

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Найти матрицу X из уравнения

$$\text{а) } 4\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} + 2X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 10 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix};$$

б) $3X+\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

Задание 3. Найти произведения матриц AB и BA, если

а) $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix};\qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$

б) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 7 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Задание 4. Решить матричные уравнения:

а) $X+\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -5 & -9 \end{pmatrix};$

б) $2X-\begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -11 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$

Задание 5. Найти $f(A)$, если $f(x)=2x^2-3x+7$,

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 10 \\ -1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Найти $3A+2B$, если

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & -3 & 1 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Найти произведения AB и BA, если

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\ 0 & 4 & -1\\ 2 & 3 & 0\end{pmatrix},$$ и сравнить их.

Задание 3. Найти $f(A)$, если $f(x)=3x^2-2x+10$, $A=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

Тема 7. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. ФОРМУЛЫ КРАМЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Вычислить определители второго порядка:

а) $\begin{vmatrix}0{,}1 & -1\\ 2 & 0\end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 7 & -5\end{vmatrix}$.

Задание 2. Вычислить определители третьего порядка по правилу Саррюса (треугольника) и разложением по первой строке:

а) $\begin{vmatrix}1 & 5 & -5\\ 3 & 2 & -5\\ 6 & -2 & -5\end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 5 & 1\\ 1 & 3 & 4\end{vmatrix}$.

Задание 3. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

1	$\begin{cases}2x_1+5x_2-6x_3=-1\\ 3x_1+x_2+4x_3=5\\ x_1-3x_2+x_3=-2\end{cases}$	3	$\begin{cases}x_1-x_2=3\\ x_1+2x_2+5x_3=0\\ x_1-3x_2+x_3=5\end{cases}$
2	$\begin{cases}x_1+2x_2-4x_3=13\\ x_1+3x_3=-3\\ x_1-3x_2+x_3=-2\end{cases}$	4	$\begin{cases}7x_1+4x_2-x_3=0\\ 4x_1-x_2+5x_3=-1\\ 3x_2-x_3=5\end{cases}$

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

Задание 2. Найти решение уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

Задание 3. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

1	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 8x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -4 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -12 \end{cases}$

Тема 8. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА. МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ СЛАУ

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Найти обратную матрицу A^{-1} и проверить, что $AA^{-1} = A^{-1}A = E$, если

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Методом обратной матрицы найти решение СЛАУ:

1	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 5 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$	3	$\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 13 \\ x_1 + 3x_3 = -3 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -1 \\ 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Найти обратную матрицу A^{-1} и проверить, что $AA^{-1} = A^{-1}A = E$, если

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \qquad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Методом обратной матрицы найти решение СЛАУ:

1	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 8x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -4 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -12 \end{cases}$

Тема 9. МЕТОД ГАУССА

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Методом Гаусса найти решение СЛАУ:

1	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$

2	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$	7	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_3 = 7 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$	8	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$	9	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = - \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = \end{cases}$	10	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_4 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 3 \end{cases}$

Задание 2. Решить задачи:

2.1. Для сохранения здоровья и работоспособности человек должен потреблять в сутки определенное количество питательных веществ B_1, B_2 и B_3. Используется пять видов пищи. Содержание питательных веществ в единице пищи, суточная норма их потребления и цена единицы пищи указаны ниже:

Питательное вещество	**Суточная норма**	**Содержание питательных веществ в единице пищи**				
		$П_1$	**$П_2$**	**$П_3$**	**$П_4$**	**$П_5$**
B_1	12	2	1	0	4	1
B_2	10	0	3	1	2	2
B_3	20	2	1	2	0	0
Цена единицы пищи		10	5	6	8	10

Найти количество пищи каждого вида, включаемой в суточный рацион стоимостью 100 денежных единиц и содержащий суточную норму питательных веществ.

2.2. На товарные станции *А* и *Б* прибыло по 45 комплектов мебели. Перевозка одного комплекта со станции *А* в магазины M_1, M_2, M_3 обходится соответственно в 1, 3, 5 денежных единиц, а перевозка комплекта со станции *Б* в те же магазины – в 3, 5, 4 денежные единицы. В каждый магазин нужно доставить одинаковое количество мебели. Найти план перевозки мебели, если транспортные расходы должны составлять 270 денежных единиц.

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Методом Гаусса найти решение СЛАУ:

1	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ 5x_1 - 8x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 5 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$	5	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 3 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -7 \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 5x_1 + 2x_3 - 3x_4 = -1 \end{cases}$

Задание 2. Решить задачи:

2.1. Трикотажная фабрика использует для производства продукции два вида сырья. Все необходимые данные приведены ниже:

Сырье	Запас сырья, кг	Затраты на единицу изделия		
		свитер	пуловер	костюм
Чистая шерсть	160	0,4	0,2	0,8
Силон	60	0,2	0,1	0,2
Прибыль за изделие, ден. ед.		16	15	22

Найти план выпуска трикотажной фабрики при условии, что все сырье полностью расходуется, а прибыль составляет 6800 ден. ед.

2.2. На станции A_1 находится 20 т, а на станции A_2 – 30 т некоторого груза. Этот груз следует доставить в пункты B_1, B_2, B_3 в количествах 10, 30 и 10 т соответственно. Стоимость перевозки 1 т груза из пункта A_1 в пункты B_1, B_2, B_3 равна соответственно 4, 9, 3 ден. ед., а из A_2 – 4, 8 и 1 ден. ед. Найти объемы поставок груза со станции в указанные пункты при условии полного удовлетворения потребностей в грузе и транспортных затратах в 300 ден. ед.

Тема 10. ЗАДАЧИ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ ПО ТЕМАМ: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Задания для работы в аудитории

Задание 1. Затраты на производство 1000 пар обуви составляют 30000 ден. ед., а 5000 пар обуви – 130000 ден. ед. Найти затраты на производство 3000 пар обуви при условии, что функция затрат линейна.

Задание 2. Фирма работает на рынке сотовой связи. Функция дохода $u(q) = 35q$, где q – объем продаж. Функция затрат определяется формулой $C(q) = 500 + 15q$. Найти точку безубыточности q_o; области, когда фирма терпит убытки и когда она работает без убытков.

Задание 3. Предприятие продает свои изделия по цене 17 ден. ед. за единицу продукции. Затраты на изготовление единицы товара составляют 7 ден. ед., кроме того, фирма платит за аренду 300 ден. ед. в месяц. Найти минимальный месячный выпуск продукции, необходимый для того, чтобы предприятие работало безубыточно.

Задание 4. Как изменится значение точки безубыточности, если:

1) фирма решит поднять цену на товар;

2) у фирмы возрастут издержки на изготовление, если прочие издержки (аренда, зарплата рабочим и др.) останутся постоянными,

3) у фирмы возрастет плата за аренду, а издержки на изготовление продукции останутся неизменными?

Задание 5. Предприятие выпускает четыре вида изделий с использованием четырех видов сырья. Нормы расхода сырья и план выпуска заданы ниже:

Виды изделия	**Виды сырья**				**План выпуска**
	C_1	**C_2**	**C_3**	**C_4**	
U_1	2	3	4	5	60
U_2	1	2	5	6	50
U_3	7	2	3	2	35
U_4	4	5	6	8	40

Найти затраты сырья каждого вида при заданном плане выпуска каждого вида изделия. При условии, что строки матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

задают соответственно в ден. ед. себестоимость каждого вида сырья и его доставки, найти:

1) общие затраты на сырье для каждого вида продукции и его перевозку;

2) общие затраты на сырье и его транспортировку при заданном в таблице плане выпуска каждого вида изделия.

Задание 6. Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Найти объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья. Необходимые характеристики производства указаны ниже

Вид сырья	**Расход сырья по видам продукции**			**Запас сырья**
	1	**2**	**3**	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Функция спроса имеет вид $q = 7 - p$, а функция предложения – $S = p + 1$, где p – цена товара. Найти, при какой цене p спрос q придет в соответствие с предложением S, т.е. весь произведенный товар будет реализован, и все желающие купить данный товар смогут это сделать.

Задание 2. Предприятие производит продукцию двух видов и использует сырье двух типов. Нормы затрат сырья на единицу продукции каждого вида заданы матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix},$$

у которой по строкам указано количество сырья, расходуемого на производство единицы продукции I и II вида. Стоимость единицы сырья каждого типа задана матрицей $B = \begin{pmatrix} 70 & 30 \end{pmatrix}$. Каковы общие затраты предприятия на производство 100 единиц продукции первого вида и 150 единиц продукции второго вида?

Задание 3. Три друга купили апельсины, яблоки и виноград. Определить, сколько стоят 1 кг яблок, 1 кг апельсинов, 1кг винограда, если (данные о покупке и расходах друзей приведены ниже):

Друзья	**Покупки, кг**			**Цена покупки, у. е.**
	апельсины	**яблоки**	**виноград**	
A	2	5	4	27
B	6	2	3	23,5
C	1	4	7	34

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задание 1. Сумма $S = 10000 \cdot N$, где N – номер варианта, помещена в банк либо под простые p процентов $(p = 10)$ на 5 лет, либо при таких же условиях под сложные p процентов. Найти для обоих случаев сумму, накопленную за 5 лет и сравнить полученные результаты.

Задание 2. Даны координаты вершин треугольника *ABC*. Найти: 1) длину стороны *BC*; 2) уравнение стороны *BC*; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины *A*; 4) расстояние от вершины *B* до стороны *AC*; 5) уравнение медианы *BD*; 6) площадь треугольника *ABC*.

№	A	B	C	№	A	B	C
2.1	(8; –1)	(–8; 11)	(–1;–13)	2.27	(1; 0)	(–1; 4)	(9; 5)
2.2	(5; –3)	(1; 0)	(17; 2)	2.28	(1; –2)	(7; 1)	(3; 7)
2.3	(3; 4)	(–1; 7)	(15; 9)	2.29	(–2; –3)	(1; 6)	(6; 1)
2.4	(2; –1)	(8; 7)	(–10; 4)	2.30	(–4; 2)	(–6; 6)	(6; 2)
2.5	(–7; 6)	(2; –6)	(7; 4)	2.31	(4; –3)	(7; 3)	(1; 10)
2.6	(–5; 7)	(4; –5)	(9; 5)	2.32	(4; –4)	(8; 2)	(3; 8)
2.7	(–3; 5)	(6; –7)	(11; 3)	2.33	(–3; –3)	(5; –7)	(7; 7)
2.8	(–6; 10)	(3; –2)	(8; 8)	2.34	(1; –6)	(3; 4)	(–3; 3)
2.9	(–8; 9)	(1; –3)	(6; 7)	2.35	(–4; 2)	(8; –6)	(2; 6)
2.10	(2; –4)	(–2; –1)	(14; 1)	2.36	(–5; 2)	(0; –4)	(5; 7)
2.11	(–4; 8)	(5; –4)	(10; 6)	2.37	(4; –4)	(6; 2)	(–1; 8)
2.12	(–9; 12)	(0; 0)	(5; 10)	2.38	(–3; 8)	(–6; 2)	(0; –5)
2.13	(–1; 4)	(8; –8)	(13; 2)	2.39	(6; –9)	(10, –1)	(–4; 1)
2.14	(–2; 11)	(7; –1)	(12; 9)	2.40	(4; 1)	(–3; –1)	(7; –3)
2.15	(–1; –1)	(3; 2)	(3; –1)	2.41	(–4; 2)	(6; –4)	(4; 10)
2.16	(–1; –1)	(2; 3)	(2; –1)	2.42	(3; –1)	(11; 3)	(–6; 2)

2.17	(–1; –1)	(2; –5)	(–1; 5)	2.43	(–7; –2)	(–7; 4)	(5; –5)
2.18	(–1; –1)	(–4; 3)	(–1; 3)	2.44	(–1; 4)	(9; 6)	(–5; 4)
2.19	(–1; –1)	(–4; –5)	(–4;–1)	2.45	(10; –2)	(4; –5)	(–3; 1)
2.20	(1; –2)	(7; 6)	(–11; 3)	2.46	(–3; 1)	(–4; –5)	(8; 1)
2.21	(7; 4)	(–9; –8)	(–2; 16)	2.47	(–2; –6)	(–3; 5)	(4; 0)
2.22	(–6; –4)	(–10; –1)	(6; 1)	2.48	(–7; –2)	(3; –8)	(–4; 6)
2.23	(3; 1)	(–13;–11)	(–6; 13)	2.49	(0; 2)	(–7; –4)	(3; 2)
2.24	(12; 0)	(18; 8)	(0; 5)	2.50	(7; 0)	(1; 4)	(–8; –4)
2.25	(–2; –6)	(–6; 3)	(10; –1)	2.51	(1; –3)	(0; 7)	(–2; 4)
2.26	(–2; 4)	(3; 1)	(10; 7)	2.52	(–5; 1)	(8; –2)	(1; 4)

Задание 3. Изобразить на плоскости множества, заданные системой линейных уравнений и неравенств:

3.1	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 9 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 13 \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \end{cases}$	3.30	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \le 8 \\ x_1 + 3x_2 \ge 9 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$
3.2	$\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 \ge 32 \\ -2x_1 + 7x_2 \ge 14 \\ -x_1 + 6x_2 \ge 0 \\ x_2 \le 5 \\ x_1 \le 8 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.31	$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \le 7 \\ -x_1 + 2x_2 \le 5 \\ x_1 + x_2 \ge 6 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$
3.3	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 25 \\ 3x_1 - 5x_2 \le 8 \\ 5x_1 + 3x_2 \ge 26 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.32	$\begin{cases} 8x_1 - 5x_2 \le 16 \\ -x_1 + 3x_2 \le 2 \\ 2x_1 + 7x_2 \ge 9 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$

3.4	$\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 \le 40 \\ -5x_1 + 4x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \ge 8 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.33	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 14 \\ -3x_1 + 2x_2 \le 9 \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 25 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$
3.5	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \le 12 \\ x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.34	$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 2 \\ x_1 + 2x_2 \le 2 \\ x_2 \ge 2 \\ x_1 \ge 0 \end{cases}$
3.6	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.35	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \le -2, \\ -2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
3.7	$\begin{cases} -8x_1 + 4x_2 \le -8, \\ 12x_1 - 8x_2 \le 24, \\ 6x_1 + 3x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$	3.36	$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 \ge 6, \\ 2x_1 + x_2 \le 4, \\ 2x_1 - 4x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$
3.8	$\begin{cases} 3x_1 + 9x_2 \ge 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \le 8, \\ -6x_1 + 3x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	3.37	$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 \le -9, \\ 6x_1 - 3x_2 \ge -12, \\ x_1 + 2x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
3.9.	$\begin{cases} 4x_1 - 12x_2 \ge 12, \\ -4x_1 + 8x_2 \ge -16, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$	3.38	$\begin{cases} 3x_1 + 12x_2 \ge 12, \\ -6x_1 - 9x_2 \ge -18, \\ 2x_1 - 4x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$

3.10	$\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ 6x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ -2x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$	3.39	$\begin{cases} 12x_1 - 3x_2 \leq -12, \\ -9x_1 + 6x_2 \leq 18, \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
3.11	$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 \leq -4, \\ 8x_1 - 12x_2 \leq 24, \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$	3.40	$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$
3.12	$\begin{cases} 12x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -3x_1 - 6x_2 \geq -12, \\ -6x_1 + 4x_2 \leq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$	3.41	$\begin{cases} 4x_1 - 16x_2 \leq -16, \\ -8x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 6x_1 + 9x_2 \leq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
3.13	$\begin{cases} 32x_1 - 8x_2 \geq 32, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$	3.42	$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \geq 6, \\ 3x_1 + x_2 \leq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$
3.14	$\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 3x_1 + 9x_2 \leq 18, \\ -4x_1 + 6x_2 \leq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$	3.43	$\begin{cases} 3x_1 - 9x_2 \leq -9, \\ 3x_1 - x_2 \geq -6, \\ 9x_1 + 6x_2 \leq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
3.15	$\begin{cases} 15x_1 - 5x_2 \geq 15, \\ -4x_1 + 12x_2 \geq -24, \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$	3.44	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ 3x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$

3.16	$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 \ge 12, \\ 3x_1 + 9x_2 \le 18, \\ -3x_1 + 6x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	3.45	$\begin{cases} 3x_1 - 6x_2 \le -12, \\ 6x_1 - 12x_2 \ge -12, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
3.17	$\begin{cases} -8x_1 + 4x_2 \le -16, \\ 4x_1 - 12x_2 \le 24, \\ 4x_1 + 8x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$	3.46	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \ge 4, \\ 2x_1 + x_2 \le 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$
3.18	$\begin{cases} 8x_1 + 4x_2 \ge 16, \\ -2x_1 - 4x_2 \ge -12, \\ -6x_1 + 4x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	3.47	$\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 \le -16, \\ -8x_1 + 4x_2 \le 24, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
3.19	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \ge 4, \\ -2x_1 + 4x_2 \ge -12, \\ 9x_1 + 6x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$	3.48	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \ge 6, \\ 2x_1 + x_2 \le 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$
3.20	$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 \ge 12, \\ -x_1 - 2x_2 \ge -6, \\ -x_1 + 3x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	3.49	$\begin{cases} 3x_1 - 9x_2 \le -18, \\ -4x_1 + 2x_2 \le 12, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
3.21	$\begin{cases} 12x_1 - 4x_2 \ge 24, \\ -4x_1 + 8x_2 \ge -24, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0. \end{cases}$	3.50	$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 \ge -6 \\ 6x_1 + 3x_2 \le 6 \\ 2x_1 - 2x_2 \ge -1 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$

3.22	$\begin{cases} 6x_1+2x_2\ge 6 \\ -x_1+2x_2\ge -4 \\ x_1\ge 0 \\ x_2\ge 0 \end{cases}$	3.51	$\begin{cases} x_1-5x_2\le 0 \\ 3x_1+x_2\ge 6 \\ 4x_1-2x_2\le 16 \\ x_1\ge 0 \end{cases}$
3.23	$\begin{cases} 12x_1-8x_2\ge -48 \\ x_1-6x_2\le 0 \\ -3x_1+2x_2\ge -6 \\ x_1\ge 0 \\ x_2\ge 0 \end{cases}$	3.52	$\begin{cases} -4x_1+6x_2\le 24 \\ x_1-x_2\le 1 \\ 2x_1+x_2\ge 6 \\ 2x_1-3x_2\le -12 \end{cases}$
3.24	$\begin{cases} 2x_1-3x_2\le 0 \\ x_1-5x_2\ge -10 \\ x_1+x_2\le 5 \\ 2x_1-10x_2\le -20 \\ x_2\ge 0 \end{cases}$	3.53	$\begin{cases} 4x_1+x_2\le 8 \\ 6x_1-4x_2\ge 0 \\ 2x_1+x_2\ge -2 \\ 12x_1-8x_2\le 0 \end{cases}$
3.25	$\begin{cases} 2x_1-8x_2\ge 32 \\ 5x_1+3x_2\ge 15 \\ -x_1+4x_2\ge 16 \\ x_1-x_2\le 3 \end{cases}$	3.54	$\begin{cases} -4x_1+3x_2\le 24 \\ 3x_1+5x_2\le 30 \\ 8x_1-6x_2\le 48 \end{cases}$
3.26	$\begin{cases} 2x_1-6x_2\le 0 \\ 4x_1+3x_2\ge 12 \\ -x_1+3x_2\le 0 \\ x_1\ge 0 \end{cases}$	3.55	$\begin{cases} x_1-3x_2\ge -3 \\ 3x_1+6x_2\ge 36 \\ x_1-7x_2\ge 0 \\ 6x_1+12x_2\le 72 \end{cases}$
3.27	$\begin{cases} 4x_1-12x_2\le 48 \\ 2x_1-6x_2\ge -12 \\ x_1-3x_2\le 12 \end{cases}$	5.56	$\begin{cases} 2x_1+x_2\le 4 \\ x_1-x_2\le -1 \\ 2x_1-x_2\ge 0 \\ x_2\ge 0 \end{cases}$

3.28	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 5 \\ x_1 - x_2 \ge 0 \\ x_1 - 2x_2 \le -1 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.57	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 2 \\ 4x_1 - 6x_2 \ge 12 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$
3.29	$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 \ge 63 \\ 5x_1 + 8x_2 \le 40 \\ 2x_1 - 3x_2 \ge 18 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$	3.58	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 \ge 5 \\ x_2 \ge 3 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 0 \end{cases}$

Задание 4. Найти произведения матриц AB и BA,

где $A = \begin{pmatrix} -n & 0 \\ 1 & 1 \\ n & 0 \end{pmatrix} 1;\ B = \begin{pmatrix} 2 & n & -1 \\ -n & 3 & 0 \end{pmatrix}$,

n – номер варианта.

Задание 5. Найти решение СЛАУ:

а) по формулам Крамера, б) матричным методом:

5.1	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$	5.26	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4 \\ 5x_1 - 7x_2 + 8x_3 = -7 \end{cases}$
5.2	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$	5.27	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 = 5 \end{cases}$

5.3	$\begin{cases} 2x_1+2x_2+3x_3=5 \\ x_1-x_2+=5 \\ x_1-2x_2-x_3=6 \end{cases}$	5.28	$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=6 \\ 3x_1-x_2-4x_3=-2 \\ 5x_1-7x_2+4x_3=2 \end{cases}$
5.4	$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=-7 \\ 2x_1+3x_2-x_3=0 \\ 2x_2+3x_3=-1 \end{cases}$	5.29	$\begin{cases} 3x_1+4x_2+2x_3=8 \\ x_1+5x_2+2x_3=5 \\ 2x_1+3x_2+4x_3=3 \end{cases}$
5.5	$\begin{cases} x_1+2x_2-4x_3=9 \\ 3x_2-x_3=7 \\ 5x_1-6x_2-7x_3=0 \end{cases}$	5.30	$\begin{cases} 4x_1+x_2+2x_3=12 \\ x_1-2x_2-3x_3=-12 \\ 2x_1+x_2-x_3=1 \end{cases}$
5.6	$\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3=-3 \\ 4x_1+7x_2+x_3=1 \\ x_1+3x_3=4 \end{cases}$	5.31	$\begin{cases} 3x_1+4x_2-2x_3=11 \\ 2x_1-x_2-x_3=4 \\ 3x_1-2x_2+4x_3=11 \end{cases}$
5.7	$\begin{cases} 4x_1+x_2+4x_3=-2 \\ x_1+x_2+2x_3=-1 \\ 2x_1-x_2+2x_3=-4 \end{cases}$	5.32	$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5 \\ 2x_1+x_2+3x_3=11 \\ 2x_1+3x_2+x_3=1 \end{cases}$
5.8	$\begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=6 \\ 5x_1+x_2+2x_3=12 \\ x_1+2x_2+4x_3=-3 \end{cases}$	5.33	$\begin{cases} x_1-x_2+3x_3=0 \\ 4x_1+3x_2+2x_3=1 \\ x_1-2x_2+5x_3=1 \end{cases}$
5.9	$\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3=11 \\ x_1+2x_2-x_3=8 \\ 3x_1+x_2-2x_3=11 \end{cases}$	5.34	$\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3=5 \\ 3x_1+2x_2+3x_3=1 \\ x_1+4x_2-x_3=-3 \end{cases}$
5.10	$\begin{cases} x_1-4x_2+3x_3=-5 \\ 2x_1-x_2+2x_3=1 \\ 3x_1+2x_2-x_3=9 \end{cases}$	5.35	$\begin{cases} 3x_1+4x_2+2x_3=10 \\ 7x_1+2x_2+3x_3=3 \\ x_1+5x_2+x_3=14 \end{cases}$

5.11	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$	5.36	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$
5.12	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$	5.37	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 16 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$
5.13	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 9x_3 = -2 \\ 5x_1 + 3x_2 - 8x_3 = -1 \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 = -5 \end{cases}$	5.38	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$
5.14	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$	5.39	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$
5.15	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$	5.40	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$
5.16	$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$	5.41	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$
5.17	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 24 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \end{cases}$	5.42	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$
5.18	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$	5.43	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$

5.19	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$	5.44	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$
5.20	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$	5.45	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$
5.21	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$	5.46	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$
5.22	$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases}$	5.47	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$
5.23	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$	5.48	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$
5.24	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$	5.49	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$
5.25	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$	5.50	$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

Задание 6. Решить следующие задачи:

6.1. Даны точки $A(-1;2)$, $B(0;-1)$, $C(1;1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.2. Даны точки $A(2;-1)$, $B(-3;0)$, $C(1;2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.3. Даны точки $A(3;5)$, $B(-1;0)$, $C(3;-2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.4. Даны точки $A(4;-1)$, $B(0;2)$, $C(-1;-1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.5. Даны точки $A(6;-3)$, $B(3;0)$, $C(2;1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.6. Даны точки $A(-2;5)$, $B(3;2)$, $C(-1;-2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.7. Даны точки $A(-5;-2)$, $B(1;1)$, $C(4;-3)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.8. Даны точки $A(-2;1)$, $B(7;4)$, $C(0;-1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.9. Даны точки $A(3;-1)$, $B(0;5)$, $C(2;2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.10. Даны точки $A(-3;1)$, $B(4;0)$, $C(0;-1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.11. Даны точки $A(2;-1)$, $B(1;1)$, $C(0;-1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.12. Даны точки $A(0;-3)$, $B(1;2)$, $C(-1;3)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.13. Даны точки $A(5;3)$, $B(-2;4)$, $C(-1;0)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.14. Даны точки $A(-1;4)$, $B(-2;1)$, $C(0;2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.15. Даны точки $A(-3;6)$, $B(0;2)$, $C(1;2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.16. Даны точки $A(5;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.17. Даны точки $A(-2;4)$, $B(4;-3)$, $C(1;1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.18. Даны точки $A(-2;2)$, $B(4;7)$, $C(0;-1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.19. Даны точки $A(1;-3)$, $B(4;0)$, $C(-2;-2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.20. Даны точки $A(1;-6)$, $B(-5;0)$, $C(1;0)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.21. Даны точки $A(0;-1)$, $B(-3;0)$, $C(3;-2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.22. Даны точки $A(1;2)$, $B(-1;0)$, $C(-1;1)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.23. Даны точки $A(0;2)$, $B(3;0)$, $C(-1;-2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.24. Даны точки $A(3;1)$, $B(2;3)$, $C(-5;2)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.25. Даны точки $A(2;1)$, $B(-2;5)$, $C(4;-3)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.26. Даны точки $A(2;3)$, $B(-5;-2)$, $C(-1;0)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.27. Даны точки $A(-1;1)$, $B(7;4)$, $C(1;-3)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.28. Даны точки $A(5;0)$, $B(0;-1)$, $C(3;3)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.29. Даны точки $A(0;4)$, $B(-3;2)$, $C(4;5)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.30. Даны точки $A(-6;1)$, $B(5;-1)$, $C(4;-4)$. Записать уравнение прямой AB, а также прямой, параллельной прямой AB и проходящей через точку C, и прямой, перпендикулярной прямой AB и проходящей через точку C.

6.31. Составить уравнение сторон треугольника, зная одну из его вершин A(3; –4) и уравнения двух его высот $7x-2y-1=0, \quad 2x-7y-6=0.$

6.32. Даны уравнения катета $y=-2x$ и середина гипотенузы – точка K(4;2) – прямоугольного равнобедренного треугольника. Найти уравнения двух его сторон.

6.33. Вычислить периметр параллелограмма, три последовательные вершины которого находятся в точках A(–3;1), B(–3;4), C(1;7).

6.34. В равнобедренном прямоугольном треугольнике даны координаты вершины острого угла A(–1;3) и уравнение противоположного катета $2x-3y+1=0$. Составить уравнения двух других сторон треугольника. Вычислить радиус окружности, описанной около этого треугольника.

6.35. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x-3y-7=0$ и $2x-y-19=0$ и равноудаленной от точек A(3;–2) и B(-1;6).

6.36. Заданы координаты трех последовательных вершин параллелограмма: A(–3; 1), B(–3; 4), C(1;7). Составить уравнения сторон этого параллелограмма и вычислить его периметр.

6.37. В равнобедренном прямоугольном треугольнике даны координаты вершины острого угла A(–1; 3) и уравнение противоположного катета $2x-3y+1=0$. Составить уравнения двух других сторон и определить площадь этого треугольника.

6.38. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x+3y+2=0$ и $x+3y-3=0$ и образующей угол $\alpha=45^o$ с осью Ox. Найти площадь треугольника, образованного этой прямой и координатными осями.

6.39. Даны три точки A(3;1), B(1;–2) и C(3;4). Составить уравнение прямой, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB. Составить уравнение биссектрисы угла ABC.

6.40. Даны координаты вершин прямоугольной трапеции с основаниями AD и BC: A(0;–1), C(3;3), D(5;–1). Составить уравнения сторон этой трапеции и вычислить длину ее средней линии.

6.41. Даны координаты вершин треугольника A(2;–2), C(3;–5), B(5;7). Найти расстояние от точки пересечения высот, проведенных из вершин A и B, до стороны BC.

6.42. Даны вершины треугольника A(2;–2), C(3;–5), B(5; 7). Определить координаты точки пересечения медиан этого треугольника.

6.43. Уравнения двух сторон параллелограмма имеют вид $2y = x + 8$ и $x + y = 7$. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма, если его диагонали пересекаются в точке P(–2;6).

6.44. Зная уравнения прямой $3x - 2y + 6 = 0$, являющейся одной из сторон угла, и уравнение биссектрисы этого угла $x - 3y + 5 = 0$, составить уравнение другой стороны угла.

6.45. Даны уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $7x - y - 9 = 0$, $x - y - 5 = 0$ и точка D(3;–8), лежащая на его основании. Записать уравнение основания треугольника.

6.46. Составить уравнения сторон квадрата, если в прямоугольной системе координат даны одна из его вершин A(2;–4) и точка пересечения его диагоналей O(5;2).

6.47. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(–4;10) и отсекающей равные отрезки на осях координат. Вычислить площадь треугольника, образованного этой прямой и координатными осями.

6.48. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и стоящих от нее на расстоянии $d = 3$.

6.49. Составить уравнение биссектрисы угла между прямыми $3x - y + 5 = 0$ и $3x + y - 4 = 0$.

6.50. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $3x - 2y - 5 = 0$, $2x + 3y + 7 = 0$ и одна из его вершин A(–2;1). Составить уравнения диагоналей прямоугольника, вычислить его площадь.

6.51. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $2x - 5y + 5 = 0$, $5x + 2y - 7 = 0$ и одна из его вершин A(–1;1). Составить уравнения двух других сторон прямоугольника.

6.52. Найти координаты точки, симметричной точке M(–2;1) относительно прямой $2x - 3y + 4 = 0$.

6.53. Зная уравнения двух сторон параллелограмма $x-3y=0$ и $2x+5y+6=0$ и одну из его вершин C(4;–1), составить уравнения двух его диагоналей.

6.54. Даны вершины треугольника ABC: A(4;4), B(–6;–1), C(–2;–4). Записать уравнение биссектрисы внутреннего угла треугольника при вершине C.

6.55. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(4;–3) и образующей с осями координат треугольник, площадь которого равна 3.

6.56. Даны две вершины треугольника A(–6;2), B(2;–2) и точка N(1;2) пересечения его высот. Найти координаты третьей вершины C.

6.57. Составить уравнение прямой, симметричной прямой $3x-2y+1=0$ относительно точки M(5;1).

Задание 7. Найти решение матричного уравнения $AX+CB=0$, где

$A=\begin{pmatrix} n & 1 \\ 0 & -n \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} n & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, n – номер варианта.

Задание 8. Построить графики функций:

8.1	$y=\left\|2x^2+3x-2\right\|$	8.17	$y=x^2+6x-\sqrt{(6x+6)^2}$
8.2	$y=\dfrac{x^3+x^2}{2\|x+1\|}$	8.18	$y=\begin{cases} 2x-1, \textit{если } x\le 0 \\ tgx, \quad \textit{если } 0<x<\dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{-4}{\pi^2}, \quad \textit{если } x\ge\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$
8.3	$y=\left\|3x^2-5\|x\|-2\right\|$	8.19	$y=\left\|4x^2+7\|x\|-2\right\|$

8.4	$y=\dfrac{(x+2)(x^2-1)}{\lvert x+2\rvert}$	8.20	$y=\lvert 2x-1\rvert-\lvert x+3\rvert$
8.5	$y=\begin{cases} x+1, \text{ если } x\le -2 \\ 2^x, \quad \text{если } -2<x<3 \\ 4, \quad \text{если } x\ge 3 \end{cases}$	8.21	$y=\lvert x^2-2x-15\rvert$
8.6	$y=\lvert 3x^2-5x-2\rvert$	8.22	$y=\begin{cases} x-1, \quad \text{если } x\le -1 \\ x^3+3x, \text{ если } -1<x<1 \\ 4, \quad \text{если } x\ge 1 \end{cases}$
8.7	$y=\lvert x-2\rvert+\lvert x-3\rvert$	8.23	$y=\lvert 2x^2-x-3\rvert$
8.8	$y=\lvert 2x^2+3\lvert x\rvert-2\rvert$	8.24	$y=\lvert 2x-3\rvert-\lvert x+2\rvert$
8.9	$y=\dfrac{x^3+2x^2}{\lvert x+2\rvert}$	8.25	$y=\lvert 2x^2-\lvert x\rvert-3\rvert$
8.10	$y=\begin{cases} -1, \quad \text{если } x\le 0 \\ cos, \quad \text{если } 0<x\le\pi \\ x-\pi, \text{ если } x>\pi \end{cases}$	8.26	$y=\dfrac{(x-3)(x^2-4)}{\lvert x-3\rvert}$
8.11	$y=\lvert x+1\rvert+\lvert x-1\rvert$	8.27	$y=x\left(\sqrt{x-2}\right)^2-x-4$
8.12	$y=\begin{cases} 2x-1, \text{ если } x\le -1 \\ \sin x, \text{ если } -1<x\le\dfrac{\pi}{2} \\ e^{\frac{2}{\pi}x}, \quad \text{если } x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$	8.28	$y=\lvert 3x-5\rvert+\lvert x+1\rvert$

8.13	$y=x\left(\sqrt{x-4}\right)^2+4x-1$	8.29	$y=\begin{cases}2x-1, \textit{если } x\le -2\\ 3^x+1, \textit{если } -2<x<2\\ 10, \quad \textit{если } x>2\end{cases}$
8.14	$y=\lvert x-3\rvert-\lvert x+2\rvert$	8.30	$y=\lvert 2x^2+x-3\rvert$
8.15	$y=\lvert 4x^2+7x-2\rvert$	8.31	$y=\lvert 2x^2+\lvert x\rvert-3\rvert$
8.16	$y=\lvert x^2-2\lvert x\rvert-15\rvert$	8.32	$y=\begin{cases}\frac{2}{\pi}+1, \textit{если } x\le -\frac{\pi}{2}\\ \sin x, \textit{если } \lvert x\rvert<\frac{\pi}{2}\\ 1, \quad \textit{если } x\ge \frac{\pi}{2}\end{cases}$

Задание 9. Построить график функции $f(x)$, точно указав точки пересечения с осями координат:

№	$f(x)$	№	$f(x)$
9.1	$\lvert 2-\lvert x+1\rvert\rvert$	9.11	$\lvert tg\lvert 2x\rvert\rvert$
9.2	$\lvert (x+1)^2-2\rvert$	9.12	$\left\lvert ctg\left\lvert \frac{x}{2}\right\rvert\right\rvert$
9.3	$\lvert \sin\lvert x\rvert-1\rvert$	9.13	$\left\lvert \sqrt{\lvert 3x\rvert}-1\right\rvert$
9.4	$\lvert \cos\lvert x\rvert-1\rvert$	9.14	$\lvert \sin(-x)-1\rvert$
9.5	$\lvert tg\lvert x\rvert-1\rvert$	9.15	$-\lvert 2^{-x}-1\rvert$
9.6	$\lvert ctg\lvert x\rvert-1\rvert$	9.16	$-\lvert \log_3(-x)+1\rvert$
9.7	$\left\lvert \sqrt{\lvert x+2\rvert}-1\right\rvert$	9.17	$-\lvert \sqrt{-x}-1\rvert$
9.8	$\lvert\lvert 3x\rvert-4\rvert$	9.18	$-\lvert tg(-x)\rvert+1$
9.9	$\lvert \log_4\lvert x+2\rvert\rvert$	9.19	$-\lvert ctg(-x)\rvert-1$
9.10	$\lvert 2^{\lvert x-2\rvert}-1\rvert$	9.20	$-\lvert \sin(-x)\rvert+1$

Задание 10. Методом Гаусса найти решение СЛАУ:

10.1	$\begin{cases} 2y+3z=1 \\ x-2y-z=3 \\ 3x-2y+3z=11 \end{cases}$	10.17	$\begin{cases} 2y+z=1 \\ 2x-z=-1 \\ 6x+4y-z=-1 \end{cases}$
10.2	$\begin{cases} 3y-z=2 \\ 2x-4y+z=-1 \\ 6x-6y+z=1 \end{cases}$	10.18	$\begin{cases} -3x+y+2z=0 \\ 3x-2y=1 \\ 3x-4y+4z=3 \end{cases}$
10.3	$\begin{cases} 3x-y+2z=3 \\ 2x+3y=1 \\ 12x+7y+4z=9 \end{cases}$	10.19	$\begin{cases} -5y+z=1 \\ -2x-3y+z=3 \\ x-6y+z=0 \end{cases}$
10.4	$\begin{cases} -2x+5y+z=-2 \\ 3x+2y+z=3 \\ -9x+13y+2z=-9 \end{cases}$	10.20	$\begin{cases} -y+3z=-1 \\ -3x+2y+6z=2 \\ 3x-5y+3z=-5 \end{cases}$
10.5	$\begin{cases} -2y+4z=3 \\ -5x-3y+6z=2 \\ 5x-3y+6z=7 \end{cases}$	10.21	$\begin{cases} 2x+2y-z=1 \\ 4x-3z=0 \\ 2x+6y=3 \end{cases}$
10.6	$\begin{cases} 4x+3y-z=1 \\ 5x-4z=-2 \\ 7x+9y+z=5 \end{cases}$	10.22	$\begin{cases} -2y+5z=3 \\ 3x+4y-2z=1 \\ 9x+10y-z=6 \end{cases}$
10.7	$\begin{cases} -y+3z=3 \\ 2x+4y+5z=0 \\ 6x+11y+18z=3 \end{cases}$	10.23	$\begin{cases} -2x+y=-1 \\ 3x-2z=1 \\ 7x+y-6z=2 \end{cases}$
10.8	$\begin{cases} -2x+y-5z=-1 \\ 3x+4z=1 \\ 7x+y+7z=2 \end{cases}$	10.24	$\begin{cases} -3y+z=-2 \\ 2x-y+3z=1 \\ 6x-6y+10z=1 \end{cases}$

10.9	$\begin{cases} x-3y=-2 \\ 2x+y+5z=1 \\ 7x+15z=1 \end{cases}$	10.25	$\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 4y-2z=-1 \\ -9x+y+z=-4 \end{cases}$
10.10	$\begin{cases} 4x-2y-z=0 \\ 5y-2z=-1 \\ -12x+11y+z=-1 \end{cases}$	10.26	$\begin{cases} -2x+3z=2 \\ -3x+5y+4z=3 \\ 3x+5y-5z=-3 \end{cases}$
10.11	$\begin{cases} -2x+4y+3z=2 \\ 3x-z=2 \\ 9x-12y-10z=-4 \end{cases}$	10.27	$\begin{cases} 4y-z=3 \\ 2x+3y+2z=0 \\ 2x-9y+5z=-9 \end{cases}$
10.12	$\begin{cases} 5y-z=4 \\ -2x+3y+z=0 \\ x+6y-2z=6 \end{cases}$	10.28	$\begin{cases} 6y-z=2 \\ 3x-4y=0 \\ 12x+2y-3z=6 \end{cases}$
10.13	$\begin{cases} 7y-z=2 \\ 6x+5y=-1 \\ 24x+41y-3z=2 \end{cases}$	10.29	$\begin{cases} -2x+3y=-2 \\ 3x-z=1 \\ 6x+9y-4z=-2 \end{cases}$
10.14	$\begin{cases} -4x-y=-2 \\ 3x-z=1 \\ 3y+4z=2 \end{cases}$	10.30	$\begin{cases} 2y+z=-1 \\ -2x+3y-z=2 \\ -4x+12y+z=1 \end{cases}$
10.15	$\begin{cases} 5y+2z=-3 \\ -2x+3y+z=2 \\ -8x+27y+10z=-1 \end{cases}$	10.31	$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y+2z=-5 \\ 2x+3z=-2 \end{cases}$
10.16	$\begin{cases} 3y+4z=-1 \\ x-2y-z=3 \\ 3x+5z=7 \end{cases}$	10.32	$\begin{cases} 2x-y+4z=15 \\ 3x-y+z=8 \\ 5x-2y+5z=0 \end{cases}$

ЛИТЕРАТУРА

Веремеенко, Т. В. Высшая математика. В 4 ч. Ч. 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Введение в математический анализ: дифференциальное исчисление / Т. В. Веремеенко. – Минск: ГИУСТ БГУ, 2006.

Гуринович, С. Л. Математика. Задачи с экономическим содержанием / С. Л. Гуринович. Минск: Новое знание, 2008.

Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов / О. А. Кастрица. Минск: Новое знание, 2006.

Кузнецов, А. В. Сборник задач по высшей математике. Общий курс / А. В. Кузнецов. Минск: Вышэйшая школа, 1994.

Прокашева, В. А. Высшая математика: в 2 ч. / В. А. Прокашева Минск: БГУ, 2002. Ч. 1.

Рачковский, Н. Н. Экономико-математические методы и модели. Сборник задач по линейному программированию / Н. Н. Рачковский. Минск: Ин-т управления и предпринимательства, 2006.

Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике: в 4 ч. / А. П. Рябушко. Минск: Вышэйшая школа, 2007. Ч. 1.

Стрельченя, В. М. Алгебра. Справочник школьника / В. М. Стрельченя. Минск: Универсалпресс, 2005.

Элементарые функции: свойства, графики

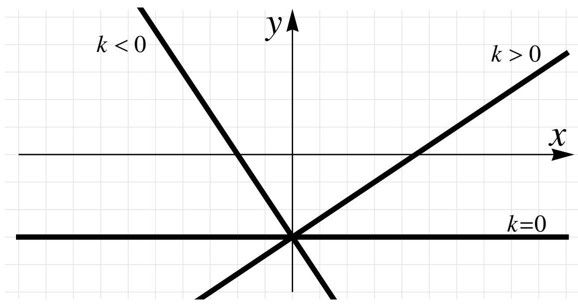
1. Линейная функция $y = kx + b$

Линейной функцией называется функция вида $y = kx + b$, где k, b – действительные числа. Число k называется **угловым коэффициентом.** *Например*: $y = 3x - 4$; $y = -9$; $y = 0$.

Графиком линейной функции $y = kx + b$ является прямая, пересекающая при $k \neq 0$ ось Oy в точке $y = b$ и ось Ox в точке $x = -(b/k)$. При $k = 0$, $b \neq 0$ график функции параллелен Ox, а при $k = 0$, $b = 0$ совпадает с этой осью.

Угловой коэффициент $k = tg\varphi$, где φ – **угол наклона**, который образует эта прямая с положительным направлением оси Ox. При $k > 0$ угол φ острый, при $k < 0$ – тупой.

Для построения графика линейной функции достаточно знать координаты любых двух различных точек прямой $y = kx + b$, например, при $k \neq 0$ и $b \neq 0$ – координаты точек ее пересечения с осями координат: $A(0; b)$ и $B(-b/k; 0)$.



Свойства линейной функции $y = kx + b$ при $k \neq 0$.

D(y)	**(-∞; + ∞)**		**E(y)**	**(-∞; + ∞)**	
Четность	$b \neq 0$	–	Периодичность	непериодическая	
	$b = 0$	нечетная	Нули	$x_0 = -(b/k)$	
Точка максимума	нет		Точка минимума	нет	
$y > 0$	$k > 0$	$(-b/k; +\infty)$	$y < 0$	$k > 0$	$(-\infty; -b/k)$
	$k < 0$	$(-\infty; -b/k)$		$k < 0$	$(-b/k; +\infty)$
Промежутки возрастания	$k > 0$	$(-\infty; +\infty)$	Промежутки убывания	$k > 0$	нет
	$k < 0$	нет		$k < 0$	$(-\infty; +\infty)$

Уравнение прямой с угловым коэффициентом k: $y = kx + b$.

Прямые $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$

а) при $k_1 \neq k_2$ **пересекаются;**

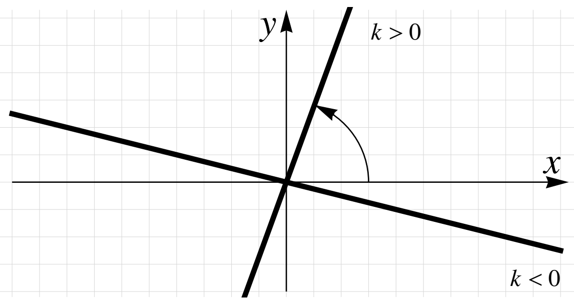
б) при $k_1 = k_2$, $b_1 \neq b_2$ **параллельны**;

в) при $k_1 = k_2$, $b_1 = b_2$ **совпадают.**

Угол α **между двумя пересекающимися неперпендикулярными прямыми** находится из равенства $tg\alpha = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|$.

Условие перпендикулярности прямых: $k_1 \cdot k_2 = -1$.

Общее уравнение прямой на плоскости: $ax + by + c = 0$, где $a^2 + b^2 \neq 0$. При $a \neq 0, b \neq 0$ оно определяет прямую с угловым коэффициентом $k = -(a/b)$, проходящую через точки $(0; -c/b)$ и $(-c/a; 0)$; при $a \neq 0, b = 0$ – прямую $x = -c/a$, параллельную оси Oy и проходящую через точку $(-c/a; 0)$; при $a = 0, b \neq 0$ – прямую $y = -c/b$, параллельную оси Ox и проходящую через точку $(0; -c/b)$.



Так как функция $y = kx$ является частным случаем линейной функции при $k \neq 0$, $b = 0$, то ее графиком является прямая, проходящая через начало координат $(0; 0)$ и точку $(1; k)$.

2. Функция $y = |x|$

Модулем действительного числа x (обозначается $|x|$) называется само это число, если $x > 0$, и число $-x$, если $x < 0$:

$$|x| = \begin{cases} x, & если \quad x \geq 0; \\ -x, & если \quad x < 0. \end{cases}$$

Свойства модуля действительного числа:

	свойство		свойство
	$\lvert -x_1 \rvert = \lvert x_1 \rvert$		$\lvert x^n \rvert = \lvert x \rvert^n$
	$\lvert x_1 \cdot x_2 \rvert = \lvert x_1 \rvert \cdot \lvert x_2 \rvert$		$\lvert x^{2n} \rvert = x^{2n}$;
	$\left\lvert \dfrac{x_1}{x_2} \right\rvert = \dfrac{\lvert x_1 \rvert}{\lvert x_2 \rvert}$		$\lvert x_1 + x_2 \rvert \le \lvert x_1 \rvert + \lvert x_2 \rvert$

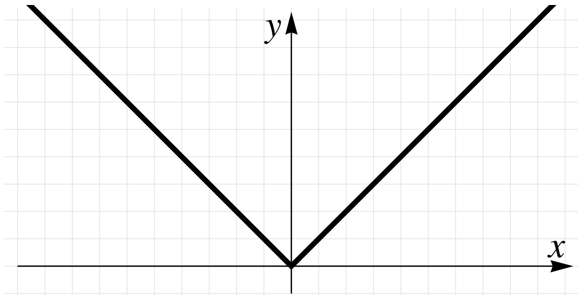


График функции $y = \lvert x \rvert$ приведен на рисунке.

Геометрически величина $\lvert x_1 - x_2 \rvert$ равна расстоянию между точками x_1 и x_2 на числовой оси.

Свойства функции $y = \lvert x \rvert$

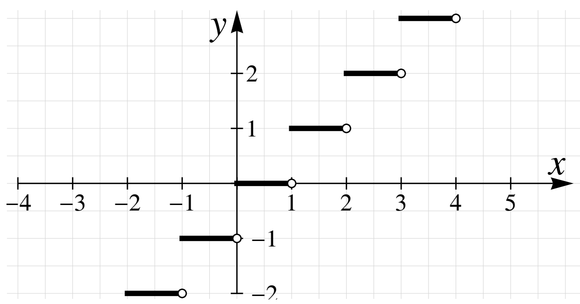
D(y)	**(-∞; + ∞)**	**E(y)** $\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{[0; +\infty)}$
Четность	четная	Периодичность	непериодическая
Нули	$x = 0$	$y(0)$	0
$y > 0$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$y < 0$	$\varnothing$
Точка максимума	нет	max $y(x)$	нет
Точка минимума	$x = 0$	min $y(x)$	0
Промежутки возрастания	$(0; +\infty)$	Промежутки убывания	$(-\infty; 0)$

3. Функция $y = [x]$ (целая часть числа x)

Целой частью действительного числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее числа x (обозначается символом $[x]$). Например: $[8,6] = 8$, $\left[\sqrt{2}\right] = 1$, $[-5,7] = -6$.

Область определения и множество значений функции: $D(y) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = Z$.

График функции $y = [x]$ приведен на рисунке.



Основные **свойства** целой части действительных чисел:

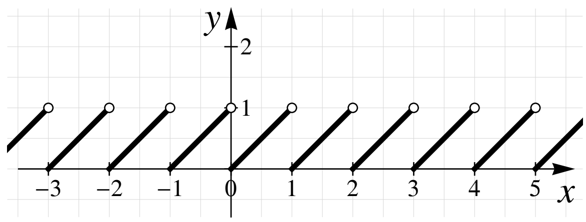
1	$[x] \le x < [x]+1, \quad x \in R$	3	$[n+x] = n+[x], \quad n \in Z, \quad x \in R$
2	$[a]+[b] \le [a+b], \quad a, b \in R.$	4	$[[x]] = [x], \quad x \in R$

Если $a < b$, то $[a] \le [b], \quad a, b \in R.$

4. Функция $y = \{x\}$ (дробная часть числа x)

Дробной частью действительного числа x называется разность между x и его целой частью (обозначается символом $\{x\}$), т.е. $\{x\} = x - [x]$, при этом $0 \le \{x\} < 1$.

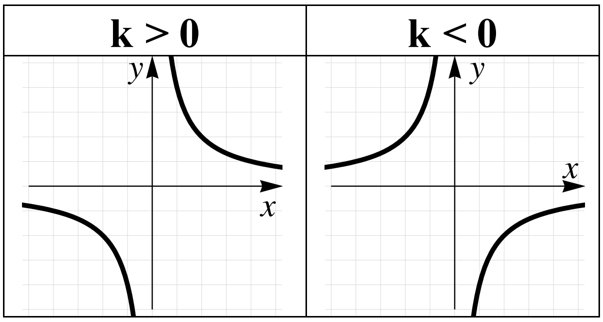
График функции $y = \{x\}$ приведен на рисунке.



5. Функция $y = \frac{k}{x}, k \ne 0$

D(y)	$(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$	**E(y)**	$(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
Четность	нечетная	Периодичность	непериодическая
Нули функции	нет	Точки пересечения с осью Oy	нет
Экстремумы	нет	Асимптоты	$x = 0; \quad y = 0$
Монотонность	убывает при $k > 0$; возрастает при $k < 0$;	Производная	$y' = -\frac{k}{x^2}$

График функции $y = \dfrac{k}{x}$ называется гиперболой. Вид графика для значений $k > 0$ и $k < 0$ приведен на рисунке.



6. Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$

Квадратичной называется функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – действительные числа и $a \neq 0$.

Число $D = b^2 - 4ac$ называется **дискриминантом.**

График квадратичной функции называется **параболой** (см. рисунок ниже).

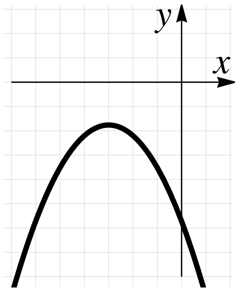
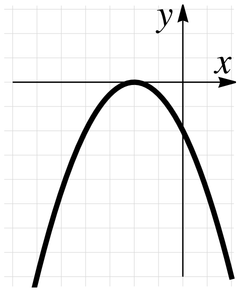
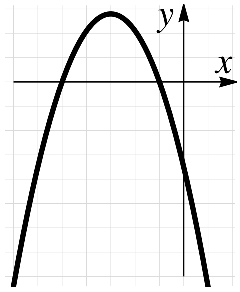
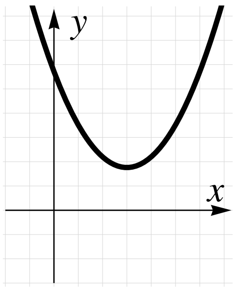
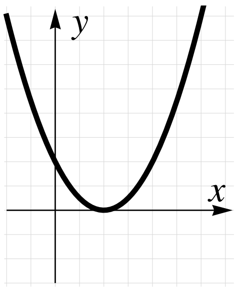
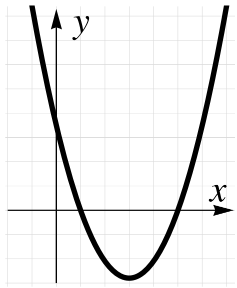
Координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\left(b/2a\right), \quad y_0 = -\left(D/4a\right).$$

Свойства квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$

		a > 0	**a < 0**
$D(y)$		$(-\infty; +\infty)$	
$E(y)$		$\left[-\left(D/4a\right); +\infty\right)$	$\left(-\infty; \left(D/4a\right)\right]$
Четность		четная при $b = 0$	
Периодичность		непериодическая	
Нули	$D > 0$	$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$	
	$D = 0$	$x_2 = -\left(b/2a\right)$	
	$D < 0$	нет	
$y\ (0)$		c	
$y > 0$	$D > 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$\left(x_1; x_2\right)$
	$D = 0$	$x \neq -\left(b/2a\right)$	–
	$D < 0$	$(-\infty; +\infty)$	–
$y < 0$	$D > 0$	$\left(x_1; x_2\right)$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$D = 0$	–	$x \neq -\left(b/2a\right)$
	$D < 0$	–	$(-\infty; +\infty)$
Точка максимума		нет	$x_0 = -\left(b/2a\right)$

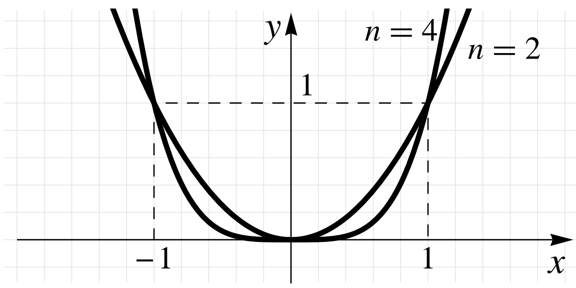
max $y(x)$	нет	$y_0 = -(D/4a)$
Точка минимума	$x_0 = -(b/2a)$	нет
min $y(x)$	$y_0 = -(D/4a)$	нет
Промежутки возраста-ния	$(-b/2a; +\infty)$	$(-\infty; -b/2a)$
Промежутки убывания	$(-\infty; -b/2a)$	$(-b/2a; +\infty)$
Асимптоты	нет	
Производная	$y' = 2ax + b$	

	D < 0	**D = 0**	**D > 0**
$a < 0$			
$a > 0$			

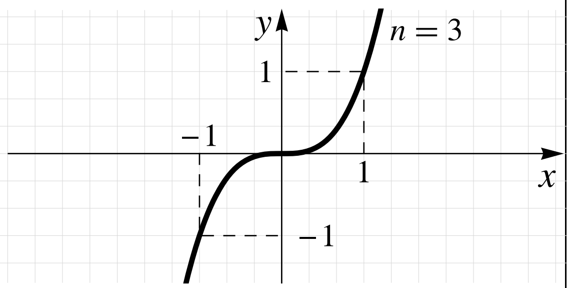
7. Степенные функции $y = x^n, \quad y = x^{-n} \quad (n \in N)$

Функция	**y = x^{n} n четное**	**y = x^{n} n нечетное**	**y = x^{-n} n четное**	**y = x^{-n} n нечетное**
$D(y)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$x \neq 0$	$x \neq 0$
$E(y)$	$[0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$y \neq 0$
Четность	четная	нечетная	четная	нечетная
Периодич-ность	непериод.	непериод.	непериод.	непериод.
Нули	$x = 0$	$x = 0$	нет	нет
$y(0)$	0	0	–	–
$y(x) > 0$	$(-\infty; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup$ $\cup (0; +\infty)$	$(0; +\infty)$

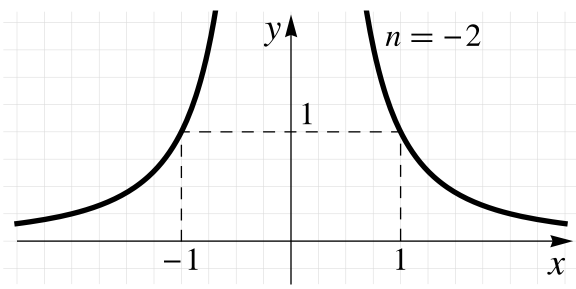
$y(x)<0$	–	$(-\infty;0)$	–	$(-\infty;0)$
Точки максимума	нет	нет	нет	нет
$\max\ y(x)$	нет	нет	нет	нет
Точки минимума	$x=0$	нет	нет	нет
$\min\ y(x)$	0	нет	нет	нет
Промежутки возрастания	$[0;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;0)$	нет
Промежутки убывания	$(-\infty;0]$	нет	$(0;+\infty)$	на $(-\infty;0)$ и на $(0;+\infty)$
Асимптоты вертикальн.	нет	нет	$x=0$	$x=0$
Асимптоты горизонт.	нет	нет	$y=0$	$y=0$
$y'(x)$	$y'=nx^{n-1}$	$y'=nx^{n-1}$	$y'=-nx^{-n-1}$	$y'=-nx^{-n-1}$
График	рис. 1а	рис. 1б	рис. 1в	рис. 1г



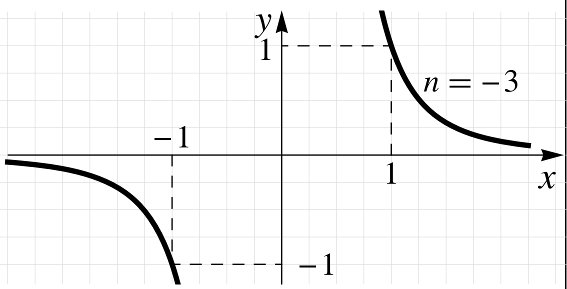
1а



1б



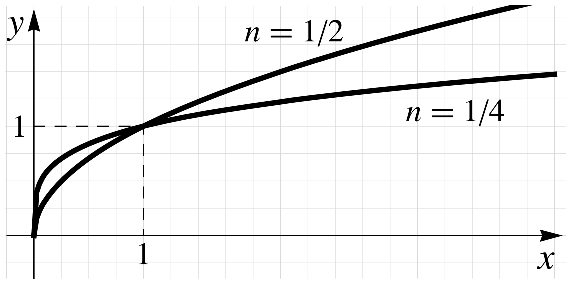
1в



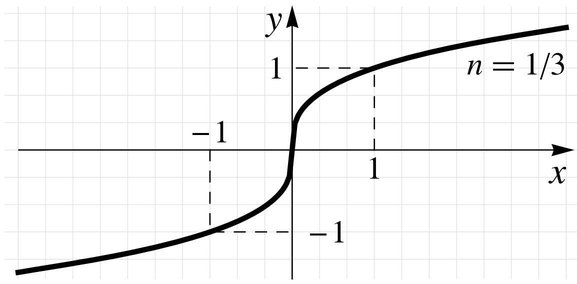
1г

8. Степенные функции $y=x^{1/n}$, $y=x^{n/m}$, $y=x^{-(n/m)}$, $(n, m \in N)$

Функция	$y = x^{1/n}$ n четное	$y = x^{1/n}$ n нечетное	$y = x^{n/m}$	$y = x^{-(n/m)}$
$D(y)$	$[0;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$[0;+\infty)$	$(0;+\infty)$
$E(y)$	$[0;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$[0;+\infty)$	$(0;+\infty)$
Четность	общего вида	нечетная	общего вида	общего вида
Периодичность	непериод.	непериод.	непериод.	непериод.
Нули	$x=0$	$x=0$	$x=0$	нет
$y(0)$	0	0	0	–
$y(x)>0$	$(0;+\infty)$	$(0;+\infty)$	$(0;+\infty)$	$(0;+\infty)$
$y(x)<0$	нет	$(-\infty;0)$	нет	нет
Точки максимума	нет	нет	нет	нет
max $y(x)$	нет	нет	нет	нет
Точки минимума	$x=0$	нет	$x=0$	нет
min $y(x)$	0	нет	0	нет
Промежутки возрастания	$[0;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$[0;+\infty)$	нет
Промежутки убывания	нет	нет	нет	$(0;+\infty)$
Асимптоты вертикальн.	нет	нет	нет	$x=0$
Асимптоты горизонт.	нет	нет	нет	$y=0$
$y'(x)$	$\dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ $(n\neq 1)$	$\dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\left(\dfrac{n}{m}\right)x^{\frac{n}{m}-1}$	$-\left(\dfrac{n}{m}\right)x^{-\frac{n}{m}-1}$
График	рис. 1д	рис. 1е	рис. 1ж	рис. 1з

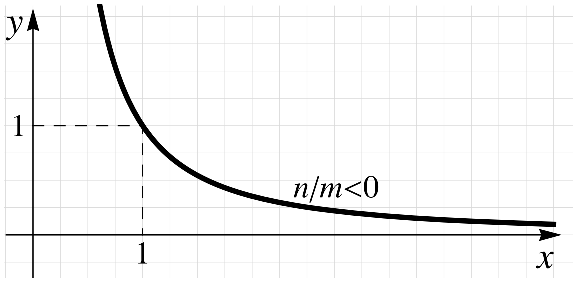


1д



1е

1ж

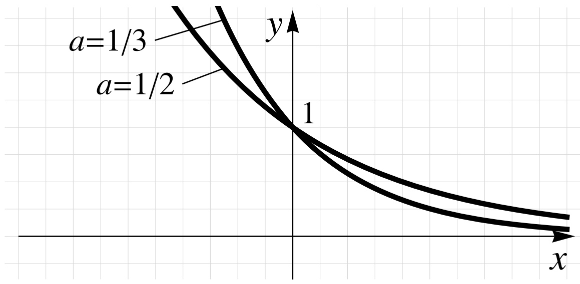
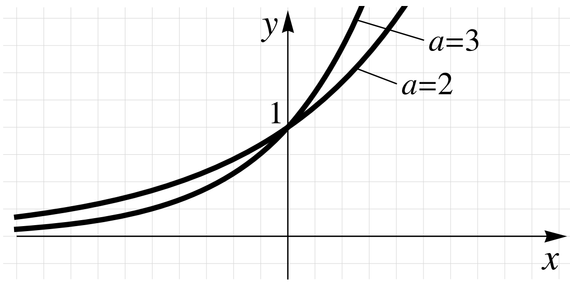


1з

9. Показательная функция $y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$

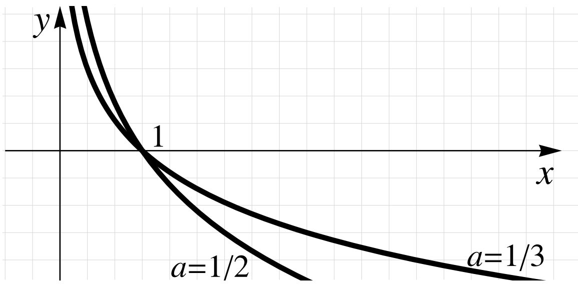
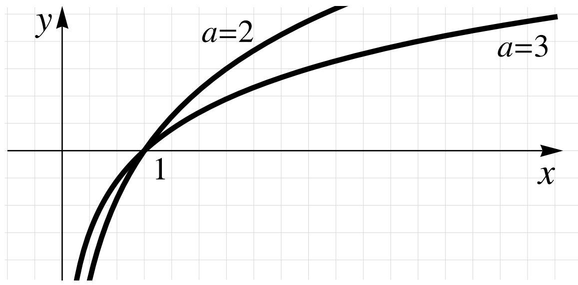
Функция	$\mathbf{y = a^x, \quad 0 < a < 1}$	$\mathbf{y = a^x, \quad a > 1}$
$D(y)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$E(y)$	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$
Четность	общего вида	общего вида
Периодичность	непериодическая	непериодическая
Нули	нет	нет
$y(0)$	1	1
$y(x) > 0$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$y(x) < 0$	нет	нет
Точки максимума	нет	нет
$\max\ y(x)$	не существует	не существует
Точки минимума	нет	нет
$\min\ y(x)$	не существует	не существует
Промежутки возрастания	нет	$(-\infty; +\infty)$
Промежутки убывания	$(-\infty; +\infty)$	нет

Асимптоты	$y=0$	$y=0$
Производная	$y'=a^x\ln a$	$y'=a^x\ln a$

$0<a<1$	$a>1$
	

10. Логарифмическая функция $y=\log_a x,\quad a>0,$ $a\neq 1$

Функция	$\mathbf{y=\log_a x,\quad 0<a<1}$	$\mathbf{y=\log_a x,\quad a>1}$
$D(y)$	$(0;+\infty)$	$(0;+\infty)$
$E(y)$	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$
Четность	общего вида	общего вида
Периодичность	непериодическая	непериодическая
Нули	$x=1$	$x=1$
$y(0)$	–	–
$y(x)>0$	$(0;1)$	$(1;+\infty)$
$y(x)<0$	$(1;+\infty)$	$(0;1)$
Точки максимума	нет	нет
$\max\ y(x)$	не существует	не существует
Точки минимума	нет	нет
$\min\ y(x)$	не существует	не существует
Промежутки возрастания	нет	$(0;+\infty)$
Промежутки убывания	$(0;+\infty)$	нет
Асимптоты	$x=0$	$x=0$
Производная	$y'=\dfrac{1}{x\ln a}$	$y'=\dfrac{1}{x\ln a}$

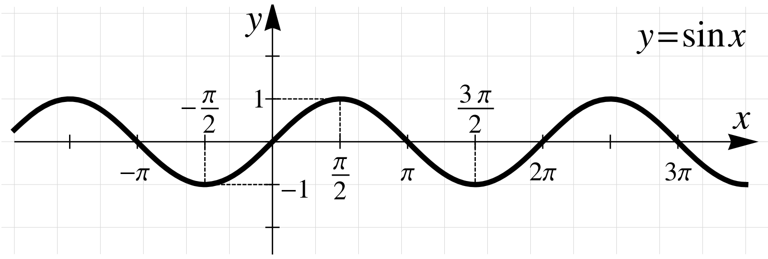
$0 < a < 1$	$a > 1$
	

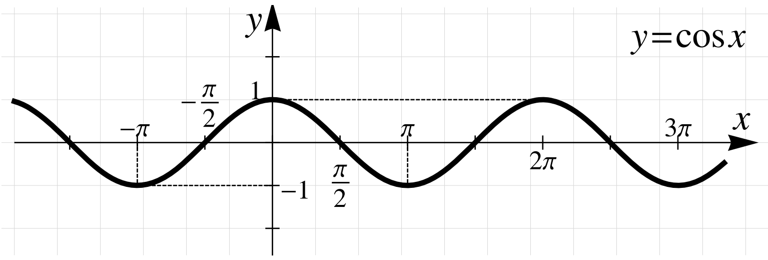
11. Тригонометрические функции

Функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$ (в таблице $k \in Z$)

Функция	**y = sin x**	**y = cos x**
$D(y)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$E(y)$	$\left[-1; 1\right]$	$\left[-1; 1\right]$
Четность	нечетная	четная
Периодичность	периодическая	периодическая
Период	$T = 2\pi$	$T = 2\pi$
Нули	$x = \pi k$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$
$y(0)$	0	1
$y(x) > 0$	$\left(2\pi k; \pi + 2\pi k\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$
$y(x) < 0$	$\left(\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$
Точки максимума	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$	$x = 2\pi k$
$\max y(x)$	1	1
Точки минимума	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$	$x = \pi + 2\pi k$

$\min\, y(x)$	-1	-1
Промежутки возрастания	$\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\, \frac{\pi}{2}+2\pi k\right]$	$(-\pi+2\pi k;\, 2\pi k)$
Промежутки убывания	$\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k;\, \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right]$	$[2\pi k;\, \pi+2\pi k]$
Асимптоты	нет	нет
Производная	$y'=\cos x$	$y'=-\sin x$

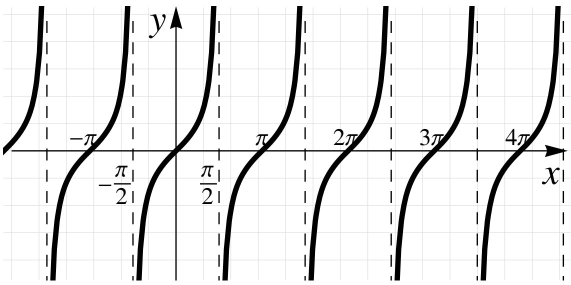
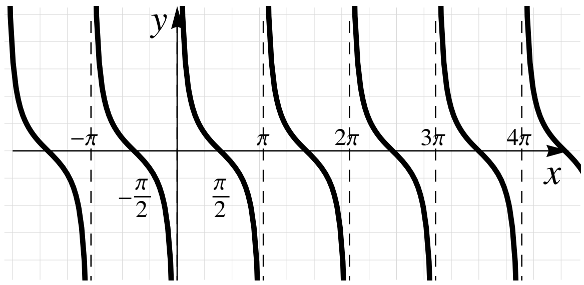




Функции $y = tg\,x$ и $y = ctg\,x$ (в таблице $k \in \mathbb{Z}$)

Функция	**y = tg x**	**y = ctg x**
$D(y)$	$\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\, \frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$	$(\pi k;\, \pi+\pi k)$
$E(y)$	$(-\infty;\,+\infty)$	$(-\infty;\,+\infty)$
Четность	нечетная	нечетная
Периодичность	периодическая	периодическая
Период	$T=\pi$	$T=\pi$
Нули	$x=\pi k$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi k$
$y(0)$	0	не существует
$y(x)>0$	$\left(\pi k;\, \frac{\pi}{2}+\pi k\right)$	$\left(\pi k;\, \frac{\pi}{2}+\pi k\right)$

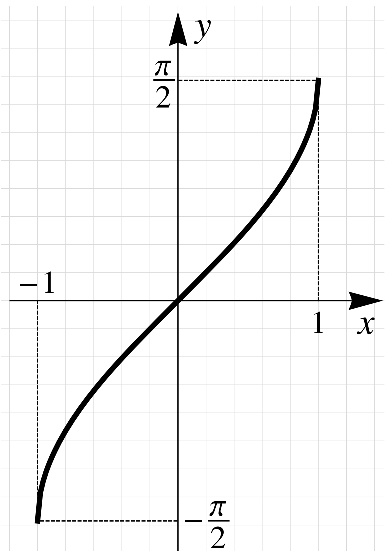
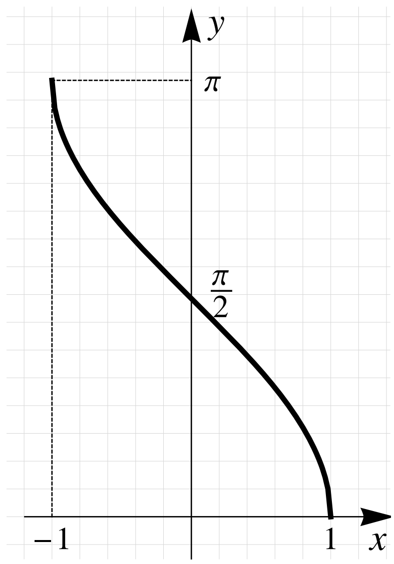
$y(x) < 0$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right)$
Точки максимума	нет	нет
$\max\ y(x)$	не существует	не существует
Точки минимума	нет	нет
$\min\ y(x)$	не существует	не существует
Промежутки возрастания	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$	нет
Промежутки убывания	нет	$\left(\pi k; \pi + \pi k\right)$
Асимптоты	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$	$x = \pi k$
Производная	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

y = tgx	**y = ctgx**
	

12. Обратные тригонометрические функции
Функции *y = arcsinx* и *y = arccosx*

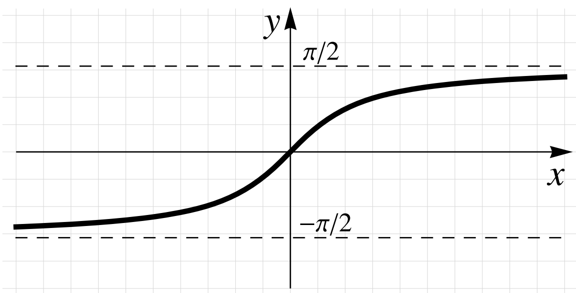
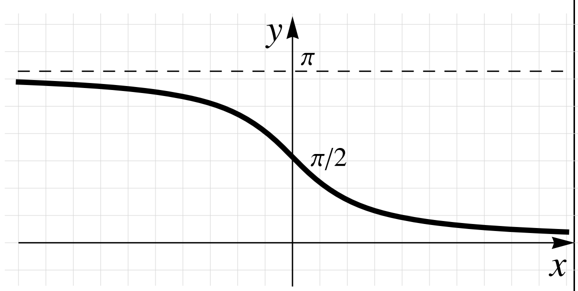
Функция	**y = arcsin x**	**y = arccos x**
$D(y)$	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
$E(y)$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$	$[0; \pi]$
Четность	нечетная	общего вида $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$
Периодичность	непериодическая	непериодическая
Период	не существует	не существует

Нули	$x=0$	$x=1$
$y(0)$	0	$\pi/2$
$y(x)>0$	$(0;1]$	$[-1;1)$
$y(x)<0$	$[-1;0)$	нет
Точки максимума	$x=1$	$x=-1$
$\max\ y(x)$	$\dfrac{\pi}{2}$	π
Точки минимума	$x=-1$	$x=1$
$\min\ y(x)$	$-\dfrac{\pi}{2}$	0
Промежутки возрастания	$[-1;1]$	нет
Промежутки убывания	нет	$[-1;1]$
Асимптоты	нет	нет
Производная	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ x\neq\pm1$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ x\neq\pm1$

y = arcsinx	**y = arccosx**
	

Функции $y = arctg\, x$ и $y = arcctg\, x$

Функция	**y = arctgx**	**y = arcctgx**
$D(y)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$E(y)$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$	$(0; \pi)$
Четность	нечетная	общего вида $arctg(-x) = \pi - arctg\, x$
Периодичность	непериодическая	непериодическая
Период	не существует	не существует
Нули	$x = 0$	нет
$y(0)$	0	$\pi/2$
$y(x) > 0$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$y(x) < 0$	$(-\infty; 0)$	нет
Точки максимума	нет	нет
$\max\ y(x)$	не существует	не существует
Точки минимума	нет	нет
$\min\ y(x)$	не существует	не существует
Промежутки возрастания	$(-\infty; +\infty)$	нет
Промежутки убывания	нет	$(-\infty; +\infty)$
Асимптоты	$y = -\frac{\pi}{2};\ y = \frac{\pi}{2}$	$y = 0;\ y = \pi$
Производная	$\frac{1}{1+x^2}$	$-\frac{1}{1+x^2}$

y = arctgx	**y = arcctgx**
	

Учебное издание

Прокашева Вера Акимовна
Рачковский Николай Николаевич
Третьякова Лариса Григорьевна

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Учебно-методическое пособие

Редактор *В. С. Повколас*
Компьютерная верстка *Т. А. Зенькович*

Подписано в печать 19.08.2010. Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 3,49. Уч.-изд. л. 2,3. Тираж 200 экз. Заказ 104.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Государственный институт
управления и социальных технологий БГУ».
ЛИ № 02330/0494050 от 03.02.2009. Ул. Обойная, 7, 220004, Минск.