Литература

1. Беринский И. Е. *Стержневая модель кристаллической решетки графена* // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2010, № 3. – С. 13 – 20.
2. Brenner D. W., Shenderova O. A., Harrison J. A. *A second-generation reactive empirical bond order (REBO) potential energy expression for hydrocarbons* // Journal of Physics–Condensed Matter. – 2002. – Vol. 14 (4). – P. 783 – 802.

ПРОГИБ ПОЛОГОЙ НАНОРАЗМЕРНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, НАГРУЖЕННОЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ

Ботогова М. Г., Михасев Г.И.

Белорусский государственный университет

220030, Беларусь, г. Минск, пр-т Независимости, 4

batahova@bsu.by

Целью данной работы являлось определение нормального прогиба сферической пологой в плане наноразмерной оболочки (которой могут моделироваться такие наноразмерные объекты как биологическая клетка, фуллерен и др.), нагруженной сосредоточенной силой.

С учетом нелокальной теории упругости Эрингена [2], уравнения сферической нанооболочки можно переписать в виде [2]:

$$\left(\Delta+\frac{2}{R^2}\right)\left(D\left(\Delta+\frac{1+\nu}{R^2}\right)w-\frac{1}{R}\left(1-\frac{h^2}{5(1-\nu)}\Delta\right)\Phi\right)=\left(1-\frac{(2-\nu)h^2\Delta}{10(1-\nu)}\right)\Xi Z,$$

$$\left(\Delta+\frac{2}{R^2}\right)\left(\frac{1}{Eh}\left(\Delta+\frac{1-\nu}{R^2}\right)\Phi+\frac{w}{R}\right)=\frac{-\nu}{2E}\Delta\Xi Z, \qquad (1)$$

$$D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)},\quad \Delta=\frac{1}{l^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right),\quad \Xi=1-\frac{(e_0a)^2}{l^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)=1-(e_0a)^2\Delta.$$

Здесь Ξ – оператор Эрингена [2], Δ – оператор Лапласа в криволинейной системе координат x, y; w – нормальный прогиб, Φ - функция напряжений, R – радиус оболочки, E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона оболочки, Z – внешняя нормальная нагрузка, $l=\dfrac{\sqrt{Rh}}{\sqrt[4]{12\left(1-\nu^2\right)}}$, a=0,142 нм – характерный внутренний размер наноразмерной оболочки (например, биологической клетки, фуллерена), а e_0 – материальная константа нелокальности.

Считаем, что оболочка, нагружена в точке x=0, y=0 сосредоточенной нормальной силой P, направленной наружу. Подобный тип нагрузки может имитировать силы адгезии, действующие на биоклетку при отводе наноиндентора.

С использованием интегрального преобразования Фурье [3] в работе в явном виде получена формула для нормального прогиба наноразмерной оболочки:

$$w=w^{*}+w^{**}, \qquad (2)$$

$$w^{*}=\frac{Pl^{2}}{2\pi D}\left(-kei(r)-k_{R}\left((1+\nu)\left(\frac{\pi}{2}Y_{0}\left(r\sqrt{2k_{R}}\right)+\ker(r)\right)+\frac{1}{2}r\ker'(r)\right)+\right.$$

$$\left.+(\eta-\varepsilon)\ker(r)+\frac{\eta}{4}r\ker'(r)\right),$$

$$w^{**}=\frac{P(e_{0}a)^{2}}{2\pi D}\left(\ker(r)+kei(r)\left(\eta(2-\bar{\varepsilon})-\varepsilon-k_{R}(3+\nu)\right)\right), \qquad (3)$$

$$\bar{\varepsilon}=\frac{\nu h}{2R},\ \varepsilon=\frac{\nu h^{2}}{10(1-\nu)l^{2}},\ \eta=\frac{h^{2}}{5(1-\nu)l^{2}}.$$

Здесь $Y_0\left(r\sqrt{2k_R}\right)$ – функция Бесселя второго рода, $kei(r)$ и $\ker(r)$ – функции Томпсона (Кельвина), $k_R=\dfrac{l^2}{R^2}=\dfrac{1}{\sqrt{12\left(1-\nu^2\right)}}\dfrac{h}{R}$.

Полученное соотношение (2) отличается от аналогичной формулы, выведенной в [3], наличием дополнительного слагаемого (3), учитывающего нелокальные эффекты наноразмерного масштаба. Формулы (2), (3) могут быть использованы для моделировании деформирования фуллерена С60, а также биологической клетки при ее наноиндентировании с целью определения эффективных упругих характеристик.

Литература

1. Eringen A. C. *On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves* // J. Appl. Phys. – 1983. – Vol. 54. – P. 4703 – 4710.
2. Михасев Г. И. *Уравнения движения многостенной углеродной нанотрубки, основанные на нелокальной теории ортотропных оболочек* // Доклады НАН Беларуси. – 2011. – Т. 55, № 6. – С.119 – 123.
3. Лукасевич С. *Локальные нагрузки в пластинах и оболочках.* – М.: Мир, 1982. – 542 с.

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ГРАДИЕНТА ДЕФОРМАЦИЙ НА ИЗГИБНУЮ ЖЕСТКОСТЬ ТРЕХСЛОЙНЫХ МИКРО – И НАНО БАЛОК

Павлов С. П., Пальков Р. С.

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.

Россия, г. Саратов, ул. Политехническая, 77

Pspsar@yandex.ru, romankzcs@list.ru

Как было обнаружено в ряде экспериментов, механические свойства микро и нано размерных элементов изменяются в зависимости от их размеров. Отмечено, что изгибная жесткость никелевой фольги при уменьшении толщины от 50 до 12,5 микрон увеличивается, а жесткость чистых и поликристаллических металлических материалов может удваиваться при уменьшении толщины от 10 до 1 микрона.

Различные виды размерных эффектов в микро- и нано диапазоне в последнее время широко обсуждаются в литературе. Среди этих эффектов гра-