

$$\beta_c(c_k^*) = \frac{1}{\sqrt{D_y}} \left(\sqrt{D_1 + 2D_{xy} + \sqrt{(D_1 + 2D_{xy})^2 - D_x D_y + (c_k^*)^4}} \right).$$

Для области вне торца прогиб пластины $w_{in}(x, y)$, вызванный краевой изгибной волной Коненкова, описывается следующим уравнением:

$$\left(D_x - \frac{(c_k^*)^4}{D_y} \right) \frac{\partial^4 w_{in}}{\partial x^4} + 2(D_1 + 2D_{xy}) \frac{\partial^4 w_{in}}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w_{in}}{\partial y^4} = 0.$$

Для связи указанных уравнений ставятся следующие краевые условия:

$$w_{in}(x, 0) = w_e(x), \quad D_y \frac{\partial^2 w_{in}}{\partial y^2} = -D_1 \frac{\partial^2 w_e}{\partial x^2}.$$

Литература

1. Коненков Ю. К. *Об изгибной волне «рэлеевского» типа* // Акустический журнал. – 1960. – Т. 6, Вып. 1. – С. 124 – 126.
2. Norris A. N. *Flexural edge waves* // J. of Sound and Vibration. – 1994. – Vol. 171. – P. 571 – 573.
3. Thompson I., Abrahams I. D., Norris A. N. *On the existence of flexural edge waves on thin orthotropic plates* // J. of the Acoustical Society of America. – 2002. – Vol. 112. – P. 1756 – 1765.
4. Zakharov D. D., Becker W. *Rayleigh type bending waves in anisotropic media* // J. of Sound and Vibration. – 2003. – Vol. 261. – P. 805 – 818.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В ОБОЛОЧКАХ ВРАЩЕНИЯ ПРИ УДАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ НОРМАЛЬНОГО ТИПА

Коссович Л. Ю.

* ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского», 83, ул. Астраханская, г. Саратов, Россия
rector@sgu.ru

Завершено построение асимптотической теории описания нестационарных волн в пластинах и оболочках при ударных торцевых нагружениях. Были рассмотрены различные типы оболочек, выполненных из упругих и вязкоупругих материалов в случаях продольных воздействий тангенциального (LT) и изгибающего (LM) видов, а также нормального воздействия (NW). Рассматриваемая асимптотическая теория основана на представлении нестационарного напряженно-деформированного состояния (НДС) пластин и оболочек с помощью составляющих с различными показателями изменчивости и динамичности, работающих в различных областях фазовой плоскости. Доказана корректность предложенной схемы расчленения нестационарного НДС путем выявления наличия областей согласования. Уравнения для указанных приближенных составляющих были выведены методом асимптотического интегри-

рования точных трехмерных уравнений, основанным на существовании малого параметра тонкостенности конструкции. Получены приближенные уравнения для тангенциального и поперечного низкочастотных приближений, гиперболического, параболического и эллиптического погранслоев, а также доказана полнота используемых приближений для описания нестационарного НДС пластин и оболочек для всех участков фазовой плоскости.

Нестационарное НДС в случае нормального торцевого воздействия занимает особое место в плане построения схемы расчленения. Здесь выявляется квазифронт в окрестности условного фронта поверхностных волн Рэлея. Отметим, что гиперболические уравнения хорошо известной теории типа Тимошенко ошибочно воспринимают этот квазифронт как фронт новой особой сдвиговой волны, которого нет в картине напряженного состояния по трехмерной теории упругости. Указанное свойство выделяет этот тип НДС среди других типов.

Для исследования рассматриваемого нестационарного типа НДС было необходимо провести анализ базовой задачи, показывающей основные свойства волнового поля в окрестности условного фронта поверхностной волны Рэлея. Для этого была сформулирована асимптотическая модель, ориентированная на выделение решения в окрестности этого фронта в классической задаче Лэмба для упругого полупространства. Эта модель предполагает на первом этапе анализ гиперболического уравнения, описывающего одномерное распространение волны Рэлея вдоль границы полуплоскости. На втором этапе определяется затухание вглубь полуплоскости путем последовательного решения двух однотипных задач Неймана. Тем же самым асимптотическим методом были построены уравнения дальнего поля волны Рэлея в бесконечном упругом слое.

Предложенный подход был использован для построения уравнений, описывающих решения в окрестности условного фронта поверхностных волн Рэлея для полуполосы при торцевом воздействии нормального типа. Здесь путем выделения частного решения для полуполосы, задача сводится к исследованию нестационарных волн в бесконечной полосе с граничными условиями на лицевых поверхностях: появляются уже не две, а четыре функции для объемного и сдвигового потенциалов, определяющие затухание соответствующей части решения от каждой лицевой поверхности. Таким образом, разработанный подход в исследовании волны Рэлея для классической задачи Лэмба позволил исследовать погранслои в окрестности условного фронта Рэлея в областях с конечными размерами: сначала в упругой полосе с воздействиями на лицевые поверхности, а затем в полуполосе с воздействием на торец. Общий характер предложенного подхода был использован также для исследования рассматриваемого типа НДС сначала для цилиндрических оболочек, а затем обобщен и на случай произвольных оболочек вращения.

Таким образом, в задачах о нестационарных волнах в оболочках при торцевых воздействиях нормального типа, в отличие от случаев продольных воздействия тангенциального и изгибающего типов, появляется новый тип погранслоя: эллиптический, описываемый уравнениями эллиптического типа в теле конструкции и уравнениями гиперболического типа для одномерного рас-

пространения волн Рэлея вдоль границ. Общий характер вывода уравнений этого погранслоя для самых разных типов конструкций основан на масштабировании переменных, выделяющем малую окрестность условного фронта волны Рэлея, где имеет место погранслой, и выделении малого параметра тонкостенности оболочки (или параметра, его заменяющего для полуплоскости и полосы).

В целом, нестационарное НДС при воздействии нормального типа описывается совокупностью поперечного низкочастотного приближения, а также погранслоями всех трех типов: параболического (в окрестности торца оболочки), эллиптического (в указанной окрестности условного фронта волны Рэлея) и гиперболического (в окрестности фронта волны сдвига).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-01-00545-а).

Литература

1. Коненков Ю. К. *Об изгибающей волне «рэлеевского» типа* // Акустический журнал. – 1960. – Т. 6, Вып. 1. – С. 124 – 126.
2. Kaplunov J. D., Kossovich L. Yu., and Nolde E. V. *Dynamics of Thin Walled Elastic Bodies*. San-Diego: Academic Press. – 1998. – 226 p.
3. Каплунов Ю. Д., Коссович Л. Ю. *Асимптотическая модель для вычисления дальнего поля волны Рэлея в случае упругой полуплоскости*// Доклады Академии наук. – 2004. –Т. 395, № 4. – С. 482 – 484.
4. Коссович Л. Ю., Кириллова И. В. *Асимптотическая теория нестационарных процессов в тонких оболочках*// Proceedings of International Conference Topical Problems of Continuum Mechanics. – Dilijan, 2010. – P. 321 – 325.

УДАР СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПО УПРУГОМУ ПОЛУПРОСТРАНСТВУ НА ПРОИЗВОЛЬНОМ ЭТАПЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Кубенко В. Д.^{*}, Михайлова Е. Ю.[†], Федотенков Г. В.[†]

^{*} Институт механики им. С. П. Тимошенко, 03057, Киев, ул. П. Нестерова, 3
venkub@ukr.net

[†] Московский авиационный институт,
125993 Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4
mihel6@yandex.ru

Введение. В настоящее время динамические контактные задачи с подвижными границами являются мало изученными. В данной работе исследуется произвольный этап нестационарного взаимодействия сферической оболочки типа Тимошенко (ударник) и упругого полупространства (основание). Получена система разрешающих уравнений и построен численно-аналитический алгоритм ее решения.

Постановка задачи. В начальный момент времени ударник движется нормально к невозмущенной поверхности основания со скоростью V_0 под действием результирующей внешней силы R_e . Контакт происходит в условиях свободного проскальзывания в соответствии с тем, как показано на рис. 1.