

3. Boley V. A., Barber A. D. *Dinamicrespons of beams and plates to rapid heating* // J. Appl. Mech. – 1957. – V. 24. – P. 413.
4. Белосточный Г. Н., Рассудов В. М. *Колебания термоупругой изотропной системы пластинка-ребра, подверженной тепловому удару*. Рукопись депонирована в ВИНТИ. № 87–82Деп. Печатается в соответствии с решением РИСО Саратовского политехнического института от 23.11.1981. – 11 с.

МОДЕЛЬ КАНТИЛЕВЕРА ИЗ УГЛЕРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Поклонский Н. А., Власов А. Т., Вырко С. А.

Белорусский государственный университет
220030, Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 4
vlassov_anatoli@mail.ru

Введение. Одной из актуальных задач нанотехнологий является создание элементов устройств из углеродных поверхностей (УП) посредством сканирующей зондовой литографии. Для решения задач такого уровня необходимо физико-математическое моделирование топологически возможных УП без разрывов и нахлестов. Шагом в этом направлении является описание 8 типов воронок из графена [1]. Для изготовления воронки необходимо преобразование топологии поверхности графена (дефектов типа 5-7), формирующее конусообразный выступ в месте его контакта с «точечным» зондом литографа. Будет ли этот процесс образования воронки носить стабильный и воспроизводимый характер заранее сказать трудно. Однако подобные изделия представляют практический интерес, так как УП обладает высокой химической и радиационной стойкостью, а также механической прочностью. Для доведения литографического метода формирования воронок на графене до стадии практического использования необходимо определить параметры исходного графена, которые обеспечивают достаточные условия для формирования воронок, а также выяснить механизм формирования воронок под действием зонда литографа. Важен также анализ влияния на ход литографического процесса воронкообразования параметров внешнего воздействия. Далее, в данной работе рассматривается только топологический аспект этой проблемы.

Монослойная УП состоит из графеновых фрагментов (шестиугольников, см. рис. 1) и дефектов, содержащих 5- и 7-угольники [2]. Расчеты УП основаны на выделении блоков (4-блок – центрированный правильный треугольник, состоящий из четырех узлов – атомов, см. вставку на рис. 2б). Каждый атом УП (узел) находится в центре некоторого блока и имеет функцию, задающая энергию блока в зависимости от его деформации. Далее УП разбивается на последовательность слоев-лент из многоугольников. Каждая такая лента характеризуется заданием типов многоугольников и для каждого из них указывается, с каким именно ребром соединяется следующий многоугольник. Эти данные извлекаются из бинарных кодов граничных линий (ломаных из отрезков С–С-связей) между лентами. Поскольку коды смежных слоев дуальны друг другу, то из двух граничных линий слоя-ленты достаточно описывать только одну линию. Линия задается бинарным кодом. Например, бинарный

код зигзаг-линии имеет вид $(01)^n$, где 0 кодирует поворот в одну сторону, а 1 – в другую, «степень» n означает простое n -кратное повторение.

Геометрия углеродной поверхности. Геометрия УП строится по аналогии с обычным геометрическим языком «точек и линий» (см. [3] и указанную там литературу). «Прямыми» линиями на графеновой поверхности являются зигзаг-линии, причем углы между ними могут быть только 0, 60 или 120 градусов, а бинарные коды углов содержат соответственно \emptyset , 11 или 1 между степенями скобок с 01. Такие линии определены и на УП, но если «вершина» принадлежит 5- или 7-угольнику, то углы между «прямыми» будут отличаться от приведенных и из-за изменения блочной (топологической) структуры, и потому, что блоки на графене немного деформированы. На рис. 1, а показано полукольцо – развертка фрагмента конуса $\nu 63$ с 6-угольником в вершине (внутренняя полуокружность). Конус получается изгибанием развертки и отождествлением сторон ab и $a'b'$. Это отождествление (формально) производится поворотом C_6^3 из группы симметрии графена, что объясняет обозначение $\nu 63$ этого конуса. Стрелка указывает направление обхода слоев-лент (для упрощения показано два слоя), цифры $\zeta = 1, 2, 3$ – номера линий уровней, А – начальная точка граничной линии 1. Внешний граничный треугольник на этой воронке имеет углы 120° , а угол треугольника на графене – 60° . На рис. 1, б показано, как приклеивание ленты из 6-угольников к углу 60° с зигзаг-сторонами дает два угла 120° , а углы 120° при таком приклеивании сохраняются. Коды соседних линий суть $(10)^2 111(01)^2 0$ и $(01)^2 0110110(11)^2 1$.

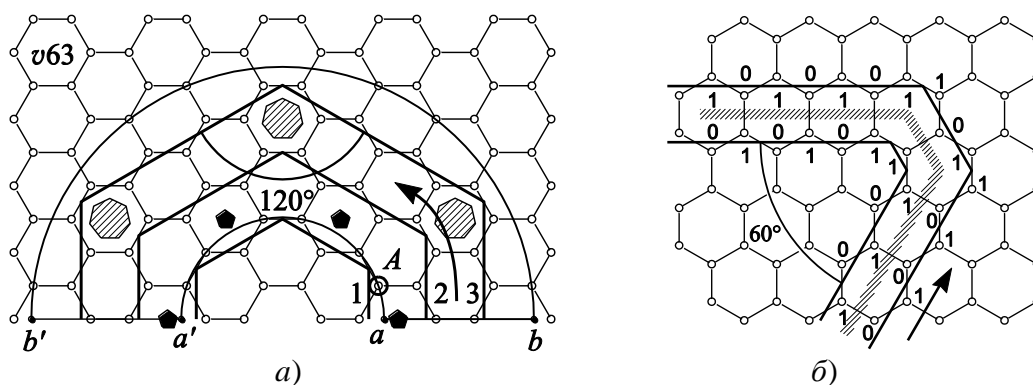


Рисунок 1 – а) – Развертка конуса $\nu 63$ на графене, б) – Лента из 6-угольников, огибающая угол 60° на графене

На рис. 1, а первый слой воронки имеет код $1^6 = 111111$, второй состоит из чередующихся 6- и 5-угольников и имеет код 011010110101101 . Далее, код третьей линии: $1(01)1(01)^3 1(01)^3 1(01)0 \sim (01)^3 1(01)^3 1(01)^3 1$. Видно, что последняя граничная линия – это треугольник, но не на графене, а на воронке. Поэтому в кодах вершин граничной линии не хватает единиц между степенями скобок (код вершины правильного треугольника в графене см. на рис. 1, б). Этот фрагмент воронки может быть соединен с графеном, если в граничном треугольнике на конусе 6-угольники в его вершинах заменить 7-угольниками

(эти три 6-угольника на рис. 1, *a* помечены заштрихованными 7-угольниками).

Код границы правильного треугольника на графене: $(0111(01)^{k-2})^3$, где k – число 6-угольников, содержащихся в стороне треугольника. Переход от второй линии к третьей на рис. 1, *a* показывает, что на следующем уровне к зигзаг-отрезку добавляется две вершины 01. Замена трех вершинных 6-угольников 7-угольниками дает граничную линию с кодом $(0111(01)^{k-1})^3$, точно таким же, как у правильного треугольника с длиной стороны $k + 1$. Вот эта конструкция дает семейство перспективных для практики полых кантилеверов, см. [4].

Вычисления. Разработанная нами компьютерная программа рассчитывает конфигурацию УП, составленных из фрагментов воронок и поверхности графена, а также вычисляет изменение энергии блоков при деформации воронки-клюва под действием внешних сил. УП с воронкой v_{63} показана на рис. 2, *a*. Приведены энергии некоторых блоков в условных единицах (выделены центральные атомы блоков). Энергия недеформированного блока (как на графене) равна 0. На рис. 2, *б* приведена зависимость средней энергии блока по границе слоя U_b от номера ζ линии. С удалением от центра воронки эта энергия уменьшается, слегка возрастая при переходе от уровней конуса к уровням графена, где особенно напряжены блоки с центрами в вершинах 7-угольников. На восьмом уровне блоки практически не деформированы, а блоки на 9-ом уровне искажены, т. к. нет 10-го уровня.

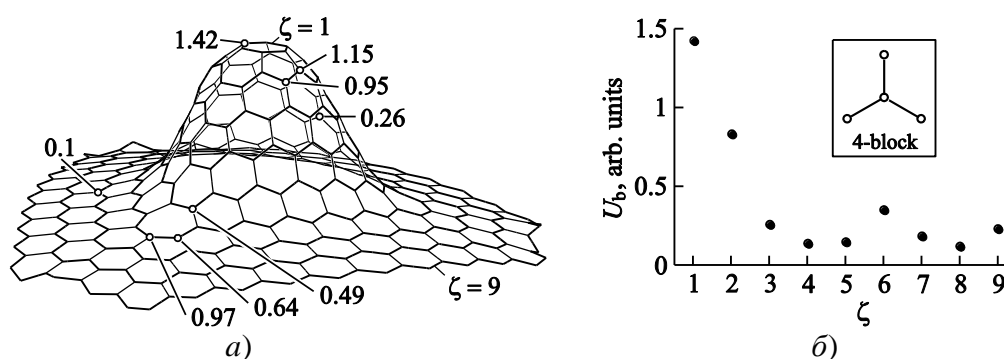


Рисунок 2 – *a*) Монослойная углеродная поверхность с воронкой v_{63} ,
б) Зависимость средней энергии блока по границе слоя U_b от его номера ζ

Работа поддержана программой «Конвергенция» и БРФФИ (грант Ф12Р-178).

References

1. Власов А. Т., Поклонский Н. А., Вырко С. А. *Блочно-регулярное моделирование монослойных углеродных поверхностей* // Актуальные проблемы физики твердого тела: сб. докл. Междунар. науч. конф., Минск, 20–23 окт. 2009 г. В 3 т. / редкол.: Н.М. Олехнович (пред.) [и др.]. – Мн.: Вараксин А.Н., 2009. – Том 3. – С. 53–55.
2. Власов А. Т., Поклонский Н. А., Вырко С. А. *Воронки и другие графеноподобные поверхности* // Актуальные проблемы физики твердого тела: сб. докл. Междунар. науч. конф., Минск, 18–21 окт. 2011 г.: в 3 т. / редкол.: Н.М. Олехнович (пред.) [и др.]. — Минск: А.Н. Вараксин, 2011. – Том 2. – С. 303 – 305.

3. Корняк В. В. *Классические и квантовые дискретные динамические системы* // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 2013. – Т. 44. – С. 95 – 184.
4. Lavrik N. V., Sepaniak M. J., Datskos P. G. *Cantilever transducers as a platform for chemical and biological sensors* // Rev. Sci. Instrum. – 2004. – Vol. 75. – P. 2229 – 2253.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ КОЛЕБАНИЯ УПРУГИХ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

Романчик В. С.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
romanchik@bsu.by, romanchikvs@gmail.com

Под обратными задачами понимают задачи, в которых на основании избыточных или экспериментальных данных восстанавливаются значения физико-геометрических параметров задачи или же дифференциальный или интегральный оператор, описывающий задачу.

$$Au = f, A(a)u = y.$$

В спектральных задачах наибольшую известность получили обратные задачи Штурма-Лиувилля, в которых задача однозначно определяется по двум полным спектрам для двух видов граничных условий.

$$u'' + q(x)u = \lambda u, 0 \leq x \leq \pi, u'(0) = u'(\pi) = 0, q(x) = ?$$

Отметим, что на практике экспериментальное определение полных спектров является затруднительным. Обычно известными являются несколько собственных частот колебаний системы, а неизвестно местоположение некоторого «дефекта» колебательной системы. Указанный дефект характеризует неоднородность этой системы.

В докладе рассматриваются несколько задач, одна из которых моделируется задачей поперечного и продольного колебаний неоднородных стержней

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = - \frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Рассматриваемая задача сводится к задаче минимизации некоторого функционала погрешности, полученного из приближения частот колебания. Из условия минимизация функционала находятся неизвестные характеристики дефекта:

$$z = \sum_{i=1}^m c_i f_i^2 \rightarrow \min, \quad 0 \leq x_i \leq A_i,$$

Рассмотрены задачи поперечных, продольных и крутильных колебаний стержней.

Еще одна рассмотренная обратная задача относится к определению структуры магнитной жидкости по ее электрическим свойствам. Диэлектрическая проницаемость и удельное сопротивление магнитной жидкости измеряется на различных частотах и используется далее для построения функционала