

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Н.С. Павленок

Белгосуниверситет, пр. Независимости, 4, 220030 Минск, Беларусь
paulianok@bsu.by

В классе дискретно-особых управляющих воздействий исследуется линейно-квадратичная задача оптимального управления, в которой критерий качества не содержит членов с управляющими воздействиями, и на последние наложены геометрические ограничения:

$$\int_0^{t^*} \sum_{i=1}^k d_i x_i^2(t) dt \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T = [0, t^*], \quad (1)$$

где $x = x(t)$ — n -вектор состояния системы управления в момент t ; $x_0 \in R^n$ — заданное начальное состояние системы управления; $u = u(t)$ — значение скалярного управляющего воздействия; A — $n \times n$ -матрица, b — n -вектор; $d_i \in R$, $d_i > 0$, $i = \overline{1, k}$, $1 \leq k \leq n$.

Функция $u(t)$, $t \in T$, называется а) *дискретной* (с периодом квантования h , $h = t^*/N$, $N \in \mathbb{N}$), если $u(t) = u(\tau)$, $t \in [\tau, \tau + h[$, $\tau \in T_h = \{0, h, \dots, t^* - h\}$; б) *дискретно-особой* [1], если она 1) дискретна на неособых участках и непрерывна на особых; 2) границами особых участков являются моменты $\tau \in T_h$.

Дискретно-особое управляющее воздействие $u(t)$, $t \in T$, называется *программой*, если оно удовлетворяет ограничениям: $|u(t)| \leq 1$, $t \in T$. Программа $u^0(t)$, $t \in T$, называется *оптимальной*, если на соответствующей ей (оптимальной) траектории $x^0(t)$, $t \in T$, критерий качества достигает минимального значения.

Для построения оптимальной программы исходная линейно-квадратичная задача оптимального управления аппроксимируется кусочно-линейной задачей оптимального управления, которая решается методом последовательных линеаризаций. Аналогично [2], для получаемых линейных задач с промежуточными фазовыми ограничениями разработан быстрый двойственный метод вычисления оптимальных программ. Предложенные методы позволяют выделять особые участки и строить с любой точностью реализуемые аппроксимации нереализуемых технически режимов Фуллера.

На базе результатов по программным решениям строится метод оптимального управления в реальном времени. Поскольку для рассматриваемой задачи построение оптимальной обратной связи в явной форме представляет сложную задачу, то вводится понятие *реализации* оптимальной обратной связи, ориентированное на вычисление текущих значений оптимальной обратной связи в реальном времени по ходу каждого конкретного процесса управления. Ставится задача — построить алгоритм работы *оптимального регулятора*, осуществляющего оптимальное управление физической системой в реальном времени.

Полученные результаты иллюстрируются на примерах, частично рассмотренных в [3, 4].

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПФИ "Математические модели".

Список литературы

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1973.
2. Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М. Алгоритмы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления с промежуточными фазовыми ограничениями // ЖВМ и МФ. 2001. Т. 41, № 10. С. 1485-1504.
3. Фуллер А.Т. Оптимизация релейных систем регулирования по различным критериям качества // Труды I Международного конгресса IFAC, 1961. С. 584-605.
4. Брайсон А., Ю-Ши Хо Прикладная теория оптимального управления. Оптимизация, оценка и управление. М.: Мир, 1972.