О КОНЕЧНЫХ π-РАЗРЕШИМЫХ ГРУППАХ С ЗАДАННОЙ ФАКТОРИЗАЦИЕЙ

Т.И. Васильева, Е.А. Рябченко

Белорусский государственный университет транспорта, Кирова 34, 246653 Гомель, Беларусь
tivasilyeva@mail.ru, 6041131@tut.by

Группа G называется трижды факторизуемой, если $G = AB = BC = CA$ для некоторых подгрупп A, B и C группы G. Такие группы изучались Кегелем в работе [1]. В частности, им было доказано, что группа $G = AB = BC = CA$ сверхразрешима, если A и B нильпотентны, а C сверхразрешима. В [2] Пеннингтон было установлено, что нильпотентная длина группы $G = AB = BC = CA$ с нильпотентными подгруппами A и B не превосходит нильпотентной длины подгруппы C. Отмеченные результаты относятся к задаче описания классов групп $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ таких, что $\mathfrak{X}$ содержит всякую группу $G = AB = BC = CA$, у которой подгруппы A и B принадлежат $\mathfrak{X} \cap \mathfrak{F}$, подгруппа $C \in \mathfrak{X}$. В [3] был рассмотрен случай этой задачи, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{F}$ и $\mathfrak{F}$ — локальная формация, в [4] в разрешимых группах исследовался следующий случай: $\mathfrak{X}$ — класс Шунка, $\mathfrak{F}$ — класс всех π-разложимых групп. В настоящем сообщении в π-разрешимых группах обсуждается один из случаев указанной выше задачи.

Через $Char(\mathfrak{X})$ обозначается множество простых чисел p, для которых классу групп $\mathfrak{X}$ принадлежит группа порядка p. Класс групп (формация) $\mathfrak{X}$ называется π-классом (соответственно π-формацией), если из $G/O_{\pi'}(G) \in \mathfrak{X}$ следует, что $G \in \mathfrak{X}$. Классом Шунка называется непустой гомоморф $\mathfrak{X}$, содержащий всякую группу, у которой все примитивные факторгруппы принадлежат $\mathfrak{X}$. π-Разложимая группа — это группа $G = G_\pi \times G_{\pi'}$ с нильпотентной холловой π-подгруппой G_π.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{X}$ — π-класс Шунка. Если $G = AB = BC = CA$ — π-разрешимая группа, где A и B — π-разложимые подгруппы, $\pi(A) \cup \pi(B) \subseteq Char(\mathfrak{X})$, подгруппа $C \in \mathfrak{X}$, то $G \in \mathfrak{X}$.*

Следствие 1. *Пусть $\mathfrak{X}$ — π-класс Шунка. Если $G = AB = BC = CA$ — π-разрешимая группа, где A и B — π-разложимые $\mathfrak{X}$-подгруппы, подгруппа $C \in \mathfrak{X}$, то $G \in \mathfrak{X}$.*

Следствие 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — насыщенная π-формация. Если $G = AB = BC = CA$ — π-разрешимая группа, где A и B — π-разложимые подгруппы, $\pi(A) \cup \pi(B) \subseteq Char(\mathfrak{F})$, подгруппа $C \in \mathfrak{F}$, то $G \in \mathfrak{F}$.*

Следствие 3. *Если $G = AB = BC = CA$ — π-разрешимая группа с π-разложимыми подгруппами A и B и π-сверхразрешимой подгруппой C, то G π-сверхразрешима.*

Литература

1. *Kegel O.H.* Zur Struktur mehrfach faktorisierbarer endlicher Gruppen // Math. Z. 1965. Bd. 87. S. 42–48.

2. *Pennington E.A.* Trifactorisable group// Bull. Austral. Math. Soc. 1973. V. 8. № 3. P. 461–469.

3. *Васильев А.Ф.* О перечислении локальных формаций с условием Кегеля// Вопросы алгебры. Гомель. 1992. Вып. 7. С. 86–93.

4. *Васильев А.Ф., Васильева Т.И.* О трижды факторизуемых конечных разрешимых группах // Весцi АН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 1997. № 2. С. 36–39.